

Devoir surveillé – Dénombrement, loi binomiale et sommes de variables aléatoires — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(4 pts)

- a) Calculer $\binom{8}{3}$ et $5!$.
- b) Un cadenas s'ouvre avec un code de 4 chiffres, chacun choisi de 0 à 9. Combien de codes sont possibles ? Combien de codes ont leurs 4 chiffres deux à deux distincts ?
- c) La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(10; 0,3)$. Donner $E(X)$ et $V(X)$.
- d) X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes telles que $E(X) = 2$, $V(X) = 1$, $E(Y) = 5$ et $V(Y) = 3$. Calculer $E(X + Y)$ et $V(X + Y)$.

Exercice 2 – Former une troupe

(4 pts)

- a) Un club de théâtre compte 9 filles et 6 garçons. On choisit 4 membres pour jouer une courte scène. Combien de groupes de 4 membres peut-on former ?
- b) Combien de ces groupes comptent exactement 2 filles ?
- c) Combien de groupes comptent au moins un garçon ?
- d) Pour le spectacle de fin d'année, on attribue à trois membres distincts les fonctions de metteur en scène, de régisseur et de costumier. Combien d'attributions sont possibles ?

Exercice 3 – Lancers francs

(6 pts)

- a) Un basketteur réussit chaque lancer franc avec la probabilité 0,8, les lancers étant indépendants. Il tire 5 lancers francs ; X désigne le nombre de lancers réussis. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b) Combien de suites de 5 résultats (réussite ou échec) comportent exactement 4 réussites ? En déduire $P(X = 4)$.
- c) Calculer $P(X = 5)$.
- d) Calculer la probabilité que le joueur manque au moins 2 lancers, arrondie au millième.
- e) Calculer $E(X)$ et l'écart-type $\sigma(X)$, arrondi au centième. Interpréter $E(X)$.

Exercice 4 – Un jeu répété

(6 pts)

- a) À une fête, un jeu rapporte un gain X (en euros, négatif en cas de perte) dont la loi est : $P(X = -2) = 0,5$, $P(X = 1) = 0,3$ et $P(X = 4) = 0,2$. Calculer $E(X)$.
- b) Montrer que $V(X) = 5,49$.
- c) Un joueur fait 100 parties indépendantes ; S désigne son gain total. Calculer $E(S)$, $V(S)$ et $\sigma(S)$, arrondi au centième.
- d) On note $M = \frac{S}{100}$ le gain moyen par partie. Calculer $E(M)$ et $\sigma(M)$, arrondi au millième.
- e) Soit N le nombre de parties, parmi les 100, où le joueur gagne 4 euros. Quelle est la loi de N ? Donner $E(N)$.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).