Dérivation : fonctions composées

Fiche tableaux : les dérivées à connaître
(Spécialité maths Terminale)

Dérivées des fonctions de référence

$f(x)$	$f'(x)$	**Dérivable sur**
k (constante)	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
x^n, $n \geqslant 1$ entier	$n\,x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty\,;0[$ et $]0\,;+\infty[$
$\dfrac{1}{x^n}$, $n \geqslant 1$ entier	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty\,;0[$ et $]0\,;+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\,;+\infty[$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$

Exemples : $(x^5)' = 5x^4$; $\left(\dfrac{1}{x^3}\right)' = -\dfrac{3}{x^4}$.

Opérations

Fonction	**Dérivée**	**Condition**
$u + v$	$u' + v'$	—
$k\,u$	$k\,u'$	k réel
$u\,v$	$u'v + uv'$	—
$\dfrac{1}{v}$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$v(x) \neq 0$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$	$v(x) \neq 0$

Exemple : $(x\,e^x)' = 1 \times e^x + x\,e^x = (1 + x)\,e^x$.

Composée avec une fonction affine : g(ax + b)

Fonction	**Dérivée**	**Condition**
$g(ax + b)$	$a\,g'(ax + b)$	$ax + b$ où g est dérivable
$(ax + b)^n$, $n \geqslant 1$	$na\,(ax + b)^{n-1}$	aucune
$\dfrac{1}{ax + b}$	$\dfrac{-a}{(ax + b)^2}$	$ax + b \neq 0$
$\sqrt{ax + b}$	$\dfrac{a}{2\sqrt{ax + b}}$	$ax + b > 0$
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$	aucune

Exemples : $(e^{7x})' = 7e^{7x}$; $\left(\sqrt{3x+1}\right)' = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$ pour $x > -\dfrac{1}{3}$.

Composées usuelles

Fonction	Dérivée	Condition
$g \circ u$	$u' \times (g' \circ u)$	$u(x)$ où g est dérivable
$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u(x) > 0$
u^n, $n \geqslant 1$	$n\,u'\,u^{n-1}$	aucune
u^n, $n \leqslant -1$	$n\,u'\,u^{n-1}$	$u(x) \neq 0$
$\dfrac{1}{u}$	$-\dfrac{u'}{u^2}$	$u(x) \neq 0$
e^u	$u'\,e^u$	aucune

Exemple : $\left(\sqrt{x^3+8}\right)' = \dfrac{3x^2}{2\sqrt{x^3+8}}$ pour $x > -2$.

Signe de f', de f'' et tangente

Si, sur I…	alors…
$f'(x) > 0$ (sauf en des points isolés)	f strictement croissante sur I
$f'(x) < 0$ (sauf en des points isolés)	f strictement décroissante sur I
$f''(x) \geqslant 0$	f' croissante sur I
$f''(x) \leqslant 0$	f' décroissante sur I
e^u, $\sqrt{u}$	mêmes variations que u
tangente en a	$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Exemple : $f(x) = x^3 - 6x$: $f'(x) = 3x^2 - 6$ et $f''(x) = 6x$, donc f' décroît sur $]-\infty\,;0]$ et croît sur $[0\,;+\infty[$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).