

Devoir surveillé – Combinatoire et dénombrement

Principe multiplicatif, k-uplets, arrangements, permutations, combinaisons, coefficients binomiaux et triangle de Pascal

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs sur les factorielles et les coefficients binomiaux (4 pts)

- a) Calculer $\binom{17}{3}$.
- b) Simplifier $\frac{(n+2)!}{n!}$ pour tout entier naturel n .
- c) Déterminer l'entier $n \geq 2$ tel que $\binom{n}{2} = 210$.
- d) Montrer que, pour tout entier $n \geq 3$, $\binom{n+1}{2} - \binom{n-1}{2} = 2n - 1$.

Exercice 2 – Bureau et commission d'une association (4 pts)

- a) Une association compte 20 membres. De combien de façons peut-on élire un bureau formé d'un président, d'un vice-président et d'un trésorier (trois personnes distinctes) ?
- b) Combien de commissions de 3 membres, sans fonction particulière, peut-on former ?
- c) Lors d'un vote, chacun des 20 membres répond « oui », « non » ou « abstention ». Combien de listes de votes individuels sont possibles ?
- d) Un élève écrit : « il y a $20 \times 19 \times 18$ commissions de 3 membres ». Expliquer son erreur.

Exercice 3 – Jetons de trois couleurs (4 pts)

- a) Un sac contient 6 jetons bleus, 4 jaunes et 5 verts. On tire simultanément 4 jetons. Combien de tirages sont possibles ?
- b) Combien de tirages contiennent exactement 2 jetons bleus ?
- c) Combien de tirages contiennent au moins un jeton jaune ?
- d) Combien de tirages contiennent des jetons des trois couleurs ?

Exercice 4 – Triangle de Pascal et binôme (4 pts)

- a) Écrire la ligne $n = 6$ du triangle de Pascal.
- b) Développer $(x - 3)^4$.
- c) Montrer que, pour $0 \leq k \leq n - 2$, $\binom{n}{k} + 2\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+2} = \binom{n+2}{k+2}$.
- d) En déduire la valeur de $\binom{9}{2} + 2\binom{9}{3} + \binom{9}{4}$, puis la vérifier par le calcul.

Exercice 5 – Chemins dans un quadrillage (4 pts)

- a) Dans un repère, on relie $A(0; 0)$ à $B(8; 3)$ par des pas unitaires vers la droite ou vers le haut. Combien de chemins existe-t-il ?
- b) Combien de ces chemins passent par $C(4; 2)$?
- c) Combien de chemins de A à B évitent le point C ?
- d) Justifier, sans calcul, qu'il y a autant de chemins de A à B que de chemins de A à $B'(3; 8)$.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).