Forme trigonométrique et exponentielle

Fiche tableaux : trigonométrie et calcul en forme exponentielle
(Maths expertes Terminale)

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Exemple : $\cos\dfrac{3\pi}{4} = -\cos\dfrac{\pi}{4} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Angles associés

Angle	$-x$	$\pi - x$	$\pi + x$	$\frac{\pi}{2} - x$
cosinus	$\cos x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$\sin x$
sinus	$-\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\cos x$

Exemple : $\sin\dfrac{5\pi}{6} = \sin\left(\pi - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Formules d'addition et de duplication

Formule	**Expression**
$\cos(a \pm b)$	$\cos a \cos b \mp \sin a \sin b$
$\sin(a \pm b)$	$\sin a \cos b \pm \cos a \sin b$
$\cos(2a)$	$\cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
$\sin(2a)$	$2 \sin a \cos a$

Exemple : $\sin\dfrac{\pi}{12} = \sin\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

Calculer en forme exponentielle

Calcul $(r, r' > 0)$	**Résultat**
$e^{i\theta}$	$\cos\theta + i\sin\theta$, de module 1
$re^{i\theta} \times r'e^{i\theta'}$	$rr'e^{i(\theta+\theta')}$
$\dfrac{re^{i\theta}}{r'e^{i\theta'}}$	$\dfrac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$
$\overline{re^{i\theta}}$; $\dfrac{1}{re^{i\theta}}$	$re^{-i\theta}$; $\dfrac{1}{r}e^{-i\theta}$
$\left(re^{i\theta}\right)^n$	$r^n e^{in\theta}$ (Moivre)
Valeurs	$e^{i\pi/2} = i$; $e^{i\pi} = -1$; $e^{-i\pi/2} = -i$; $e^{2i\pi} = 1$

Exemple : $2e^{i\pi/9} \times 3e^{8i\pi/9} = 6e^{i\pi} = -6$.

Euler et racines de l'unité

Outil	Formule
Euler	$\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$; $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$
Termes conjugués	$e^{ikx}+e^{-ikx} = 2\cos(kx)$; $e^{ikx}-e^{-ikx} = 2i\sin(kx)$
$\mathbb{U}_n$	$e^{2ik\pi/n}$, $k \in \{0\,;\dots;n-1\}$: n éléments
$\mathbb{U}_2$, $\mathbb{U}_3$, $\mathbb{U}_4$	$\{1\,;-1\}$; $\{1\,;j\,;j^2\}$ avec $1+j+j^2=0$; $\{1\,;i\,;-1\,;-i\}$

Exemple : $\cos^2 x = \dfrac{1+\cos(2x)}{2}$, obtenu avec Euler.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).