Forme algébrique et conjugué

Fiche tableaux : les règles de calcul dans $\mathbb{C}$

(Maths expertes Terminale)

Puissances de i

Reste de n dans la division par 4	0	1	2	3
i^n	1	i	-1	$-i$

Exemple : $50 = 4 \times 12 + 2$, donc $i^{50} = -1$.

Calculer en forme algébrique

Calcul	**Résultat ($z = a + ib$, $z' = a' + ib'$)**
$z + z'$	$(a + a') + i(b + b')$
zz'	$(aa' - bb') + i(ab' + a'b)$
$z\overline{z}$	$a^2 + b^2$ (réel positif)
$\dfrac{1}{z}$ $(z \neq 0)$	$\dfrac{a - ib}{a^2 + b^2}$
$\dfrac{z'}{z}$ $(z \neq 0)$	$\dfrac{z'\,\overline{z}}{a^2 + b^2}$

Exemple : $\dfrac{1}{1 + 3i} = \dfrac{1 - 3i}{10}$.

Le conjugué

Propriété	**Formule**
Somme, produit	$\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$
Puissance ($n \in \mathbb{N}$)	$\overline{z^n} = (\overline{z})^n$
Inverse, quotient	$\overline{\left(\dfrac{1}{z}\right)} = \dfrac{1}{\overline{z}}$; $\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\overline{z}}{\overline{z'}}$
Parties réelle et imaginaire	$z + \overline{z} = 2\,\mathrm{Re}(z)$; $z - \overline{z} = 2i\,\mathrm{Im}(z)$
Réel, imaginaire pur	$z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \overline{z} = z$; z imaginaire pur $\Leftrightarrow \overline{z} = -z$

Exemple : $\overline{(1 - i)^3} = (1 + i)^3$.

Le module

Propriété	**Formule**
Définition	$\lvert a + ib \rvert = \sqrt{a^2 + b^2}$
Lien avec le conjugué	$\lvert z \rvert^2 = z\overline{z}$; $\lvert \overline{z} \rvert = \lvert -z \rvert = \lvert z \rvert$
Produit, puissance	$\lvert zz' \rvert = \lvert z \rvert \lvert z' \rvert$; $\lvert z^n \rvert = \lvert z \rvert^n$
Inverse, quotient	$\left\lvert \dfrac{1}{z} \right\rvert = \dfrac{1}{\lvert z \rvert}$; $\left\lvert \dfrac{z}{z'} \right\rvert = \dfrac{\lvert z \rvert}{\lvert z' \rvert}$
Somme	$\lvert z + z' \rvert \leqslant \lvert z \rvert + \lvert z' \rvert$ (pas d'égalité en général)

Exemple : $\lvert (2 + 2i)^4 \rvert = \left(2\sqrt{2}\right)^4 = 64$.

Coefficients binomiaux

n	**Ligne n du triangle de Pascal :** $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \ldots, \binom{n}{n}$
2	$1, 2, 1$
3	$1, 3, 3, 1$
4	$1, 4, 6, 4, 1$
5	$1, 5, 10, 10, 5, 1$
6	$1, 6, 15, 20, 15, 6, 1$

Formule du binôme : $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$. Exemple : $(3+2i)^3 = 27 + 54i + 36i^2 + 8i^3 = -9 + 46i$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).