

Corrigé et barème – Suites numériques

Suites arithmétiques et géométriques, raisonnement par récurrence — programme de Maths complémentaires Terminale

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths complémentaires (option Tle) Terminale

Exercice 1 – Calculs de base

(4 pts)

- a) $u_0 = 3$; $u_1 = 2 - 7 + 3 = -2$; $u_2 = 8 - 14 + 3 = -3$. (1)
- b) $2n^2 - 7n + 3 = 3$ donne $n(2n - 7) = 0$, soit $n = 0$ ou $n = 3,5$: seul $n = 0$ est un entier naturel. (1)
- c) $v_8 = -4 + 8 \times 2,5 = -4 + 20 = 16$. (1)
- d) $w_3 = 64 \times 0,25^3 = 64 \times \frac{1}{64} = 1$. (1)

Repère — Arithmétique : on ajoute n fois la raison ; géométrique : on multiplie par la raison à la puissance n .

Exercice 2 – Suite arithmétique et somme

(4 pts)

- a) $r = \frac{67-19}{13-5} = \frac{48}{8} = 6$. (1)
- b) $a_0 = a_5 - 5r = 19 - 30 = -11$, donc $a_n = -11 + 6n$ (vérification : $a_{13} = -11 + 78 = 67$). (1)
- c) $a_{40} = -11 + 240 = 229$. (1)
- d) La somme compte 41 termes : $S = 41 \times \frac{-11+229}{2} = 41 \times 109 = 4\,469$. (1)

Le point clé — La raison se calcule en divisant l'écart des termes par l'écart des rangs, jamais par le rang le plus grand.

Exercice 3 – Un club de plongée

(4 pts)

- a) $i_n = 380 \times 1,07^n$; pour 2029, $n = 3$ et $i_3 = 380 \times 1,225043 \approx 466$ inscrits. (1)
- b) $1,07^6 \approx 1,5007$ donne $i_6 \approx 570$; $1,07^7 \approx 1,6058$ donne $i_7 \approx 610 > 600$: c'est en 2033. (1)
- c) De 2026 à 2033 il y a 8 termes : $380 \times \frac{1,07^8 - 1}{0,07} \approx 3\,899$ inscrits cumulés, soit $3\,899 \times 95 \approx 370\,400$ €. (1)
- d) Le coefficient sur dix ans vaut $1,07^{10} \approx 1,967$: la hausse est d'environ 96,7 %, et non 70 %. Les pourcentages annuels se multiplient. (1)

Erreur fréquente — Un taux annuel de t % appliqué n fois donne le coefficient $(1 + t/100)^n$, pas $1 + n \times t/100$.

Exercice 4 – Suite géométrique et seuil

(4 pts)

- a) Suite géométrique de premier terme 5 et de raison 1,4 ; la somme compte 10 termes (rangs 0 à 9). (1)
- b) $5 \times 1,4^9 \approx 5 \times 20,6610 \approx 103,31$. (1)
- c) $S = 5 \times \frac{1-1,4^{10}}{1-1,4} = 5 \times \frac{28,9255-1}{0,4} \approx 349,07$. (1)
- d) $1,4^{15} \approx 155,57$ donne $777,9 < 1\,000$; $1,4^{16} \approx 217,80$ donne $1\,089 > 1\,000$: le plus petit rang est $n = 16$. (1)

À retenir — Dans la formule de la somme géométrique, l'exposant est le nombre de termes, pas le rang du dernier.

Exercice 5 – Deux ateliers de production*(4 pts)*

- a) (p_n) est arithmétique de raison 150 : $p_n = 1\,200 + 150n$. (c_n) est géométrique de raison 1,09 : $c_n = 900 \times 1,09^n$. (1)
- b) Neuvième mois : $n = 8$. $p_8 = 1\,200 + 1\,200 = 2\,400$ pièces ; $c_8 = 900 \times 1,09^8 \approx 900 \times 1,99256 \approx 1\,793$ pièces. (1)
- c) $n = 16$: $c_{16} \approx 3\,573 < p_{16} = 3\,600$; $n = 17$: $c_{17} \approx 3\,895 > p_{17} = 3\,750$. Le concurrent passe devant au rang $n = 17$, soit le 18^e mois. (1)
- d) `def rang(): / n = 0 / while 900*1.09**n <= 1200 + 150*n: / n = n + 1 /`
`return n` — la fonction renvoie 17. (1)

Astuce — Face à une comparaison entre suite arithmétique et suite géométrique, un tableau de valeurs ou une boucle donne le rang de croisement plus vite qu'un calcul algébrique.