

Corrigé et barème – Suites géométriques

Terme général, sens de variation, sommes de termes consécutifs, modèles à taux constant (évolutions exponentielles discrètes)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths complémentaires (option Tle) Terminale

Exercice 1 – Terme général et sens de variation

(4 pts)

- a) $u_1 = 250 \times 0,4 = 100$; $u_2 = 100 \times 0,4 = 40$. (1)
- b) Suite géométrique de premier terme 250 et de raison 0,4 : $u_n = 250 \times 0,4^n$. (1)
- c) $u_5 = 250 \times 0,4^5 = 250 \times 0,01024 = 2,56$. (1)
- d) $u_{n+1} - u_n = 250 \times 0,4^n \times (0,4 - 1) = -150 \times 0,4^n < 0$: (u_n) est strictement décroissante ($u_0 > 0$, $0 < q < 1$). (1)

Erreur fréquente — Écrire $u_5 = 250 \times 0,4 \times 5$: la raison est un facteur répété, elle apparaît donc en puissance.

Exercice 2 – Retrouver la raison

(4 pts)

- a) $u_3 = u_1 \times q^2$ donc $q^2 = \frac{102,4}{40} = 2,56$, d'où $q = 1,6$ ou $q = -1,6$; les termes étant positifs, $q > 0$: $q = 1,6$. (1)
- b) $u_0 = \frac{u_1}{q} = \frac{40}{1,6} = 25$; $u_n = 25 \times 1,6^n$. (1)
- c) $u_6 = 25 \times 1,6^6 = 25 \times 16,777216 = 419,4304$. (1)
- d) $u_{n+1} - u_n = 1,6 u_n - u_n = 0,6 u_n > 0$ car $u_n > 0$: (u_n) est strictement croissante. (1)

À retenir — L'équation $q^2 = 2,56$ a deux solutions : c'est le signe des termes qui permet de choisir.

Exercice 3 – Sommes de termes consécutifs

(4 pts)

- a) Raison 5, 7 termes : $S = \frac{1-5^7}{1-5} = \frac{1-78125}{-4} = 19531$. (1)
- b) Raison 0,1, premier terme 1000, 5 termes : $T = 1000 \times \frac{1-0,1^5}{1-0,1} = 1000 \times \frac{0,99999}{0,9} = 1111,1$. (1)
- c) Raison -3, premier terme 2, 6 termes : $U = 2 \times \frac{1-(-3)^6}{1-(-3)} = 2 \times \frac{1-729}{4} = -364$. (1)
- d) $17 - 4 + 1 = 14$ termes : $3 \times \frac{1-2^{14}}{1-2} = 3 \times 16383 = 49149$. (1)

Repère — L'exposant de la formule est toujours le nombre de termes, soit $n - p + 1$ de u_p à u_n .

Exercice 4 – Une salle de sport

(4 pts)

- a) Hausse de 6 % : multiplication par 1,06, donc $a_{n+1} = 1,06 a_n$; suite géométrique : $a_n = 850 \times 1,06^n$. (1)
- b) $a_3 = 850 \times 1,06^3 = 850 \times 1,191016 \approx 1012$ adhérents. (1)
- c) Les taux ne s'additionnent pas, les coefficients se multiplient : $1,06^3 \approx 1,1910$, soit une hausse de 19,1 %. (1)
- d) $a_5 \approx 1137,5 < 1200$ et $a_6 \approx 1205,7 > 1200$; la suite étant croissante, le seuil est dépassé à partir de 2032. (1)

Le point clé — Sur n périodes à taux constant, on multiplie par q^n , jamais par $n \times t$.

Exercice 5 – Suite auxiliaire et algorithme*(4 pts)*

- a) $u_1 = 3,5 + 6 = 9,5$; $u_2 = 6,65 + 6 = 12,65$. $\frac{u_1}{u_0} = 1,9$ mais $\frac{u_2}{u_1} \approx 1,33$: pas géométrique. (1)
- b) $v_{n+1} = 0,7 u_n + 6 - 20 = 0,7 (u_n - 20) = 0,7 v_n$: raison 0,7, premier terme $v_0 = -15$. (1)
- c) $v_n = -15 \times 0,7^n$, donc $u_n = 20 - 15 \times 0,7^n$. (1)
- d) `u = 5 ; n = 0 ; while u <= 19: u = 0.7*u + 6 ; n = n + 1 ; print(n)` (une instruction par ligne). $u_7 \approx 18,76$ et $u_8 \approx 19,14$: $n = 8$. (1)

Attention — Une suite de la forme $u_{n+1} = a u_n + b$ avec $b \neq 0$ n'est pas géométrique : on passe par une suite auxiliaire.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).