

Devoir surveillé – Statistiques — série double et régression

Nuage de points, point moyen, droite des moindres carrés et coefficient de corrélation linéaire
(programme Maths complémentaires Terminale, BO 2019)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths complémentaires (option Tle) Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Nuage, point moyen et ajustement

(4 pts)

- a) Une station mesure la masse y (en grammes) de sel dissous dans un bassin en fonction de la durée x (en minutes) d'agitation.

x_i	3	6	9	12	15
y_i	22	29	33	41	46

- a) Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série.
 b) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x , les coefficients étant arrondis au dixième.
 c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire au millièm et interpréter le résultat.
 d) Estimer la masse de sel dissous au bout de 20 minutes et préciser la nature de cette estimation.

Exercice 2 – Lecture, résolution et limites d'un modèle

(4 pts)

- a) Le pourcentage y de foyers d'une commune possédant un lecteur de DVD est modélisé à partir des relevés des années 2016 à 2025 par la droite de régression $y = -0,48x + 31,7$, où x est le rang de l'année ($x = 0$ pour 2016).
 a) Estimer ce pourcentage en 2026 et préciser s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation.
 b) Interpréter le coefficient $-0,48$ dans le contexte de l'énoncé.
 c) Déterminer, selon ce modèle, la première année où ce pourcentage passerait sous 25 %.
 d) Montrer que le modèle finit par donner une valeur négative et préciser à partir de quelle année. Que faut-il en conclure ?

Exercice 3 – Changement de variable logarithmique

(4 pts)

- a) L'activité y (en becquerels) d'un échantillon est mesurée chaque heure, t désignant le numéro de l'heure.

t_i	1	2	3	4	5
y_i	480	350	262	190	140

- a) On pose $z = \ln y$. Calculer les cinq valeurs de z_i , arrondies au millièm.
 b) Déterminer une équation de la droite de régression de z en t (coefficients au millièm) et donner le coefficient de corrélation au millièm.
 c) En déduire une expression de y en fonction de t de la forme $y = k e^{at}$.
 d) Estimer l'activité de l'échantillon à la huitième heure, puis préciser la nature de cette estimation.

Exercice 4 – Corrélation, résidu et causalité*(4 pts)*

- a) Dans 30 collèges, on relève le nombre x d'ordinateurs pour 100 élèves et le score moyen y obtenu à un test national. On a $\bar{x} = 18$, $\bar{y} = 52,5$, $\text{Cov}(x, y) = 34,2$ et $V(x) = 27,5$.
- a) Donner le signe de la covariance et en déduire le sens de variation du nuage.
- b) Calculer le coefficient directeur a au millième, puis l'ordonnée à l'origine b au centième, de la droite de régression de y en x .
- c) Un collège de l'étude a pour coordonnées $(22; 58,4)$. Calculer le résidu correspondant et dire si ce point est au-dessus ou au-dessous de la droite.
- d) Le principal d'un collège conclut : « acheter des ordinateurs fera monter les scores de mes élèves ». Expliquer l'erreur de raisonnement.

Exercice 5 – Un relevé qui détonne*(4 pts)*

- a) La hauteur y (en centimètres) d'un plant de tomate est relevée à six dates, x désignant le nombre de jours depuis la plantation.

x_i	4	7	9	11	14	16
y_i	12	17	21	26	32	5

- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire des six relevés, arrondi au millième, et commenter.
- b) Le dernier relevé est écarté. Déterminer le point moyen puis la droite de régression des cinq relevés restants, les coefficients étant arrondis au centième.
- c) Calculer le résidu du relevé écarté par rapport à cette nouvelle droite.
- d) À quelle condition a-t-on le droit d'écarter ce relevé, et que doit-on en dire dans le compte rendu ?

Bon courage !