

Devoir surveillé – Lois discrètes : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale

Loi uniforme discrète, épreuve et loi de Bernoulli, schéma de Bernoulli, coefficients binomiaux, loi binomiale, espérance et variance

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths complémentaires (option Tle) Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Loi uniforme et loi de Bernoulli

(4 pts)

- Une application tire au hasard un entier D entre 1 et 16, chaque entier ayant la même probabilité. Donner la loi de D et calculer $E(D)$.
- Calculer $P(3 \leq D \leq 12)$.
- On pose $B = 1$ si $D \leq 5$ et $B = 0$ sinon. Justifier que B suit une loi de Bernoulli dont on précisera le paramètre.
- Calculer $E(B)$ et $V(B)$ (valeurs exactes).

Exercice 2 – Coefficients binomiaux

(4 pts)

- La ligne $n = 10$ du triangle de Pascal est : 1, 10, 45, 120, 210, 252, 210, 120, 45, 10, 1. Écrire la ligne $n = 11$.
- Donner $\binom{11}{4}$ puis, sans calcul, $\binom{11}{7}$.
- Dans l'arbre d'un schéma de Bernoulli à 11 épreuves, combien de chemins comportent exactement 3 succès ?
- Un élève écrit : « $\binom{11}{2} = \binom{10}{2} + \binom{10}{2} = 90$ ». Expliquer son erreur et rectifier.

Exercice 3 – Schéma de Bernoulli et arbre

(4 pts)

- Un joueur réussit chaque lancer franc avec la probabilité 0,85, indépendamment des autres ; il tire 3 lancers francs. Justifier que la situation est un schéma de Bernoulli et préciser ses paramètres.
- Calculer la probabilité qu'il réussisse les 3 lancers.
- Calculer la probabilité qu'il en réussisse exactement 1.
- Calculer la probabilité qu'il en réussisse au moins 2.

Exercice 4 – Loi binomiale et calculatrice

(4 pts)

- Dans une médiathèque, 16 % des emprunts sont rendus en retard. On étudie 17 emprunts, assimilés à des tirages indépendants ; X est le nombre d'emprunts rendus en retard. Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
- Calculer $P(X = 2)$, arrondie à 10^{-4} .
- Calculer $P(X \geq 3)$, arrondie à 10^{-4} .
- Calculer $E(X)$ et $V(X)$; interpréter $E(X)$.

Exercice 5 – Nombre minimal de visiteurs*(4 pts)*

- a) Chaque visiteur d'un site marchand achète avec la probabilité 0,04, indépendamment des autres. Pour n visiteurs, Y est le nombre d'acheteurs. Exprimer $P(Y \geq 1)$ en fonction de n .
- b) Montrer que $P(Y \geq 1) \geq 0,9$ équivaut à $0,96^n \leq 0,1$.
- c) Déterminer le plus petit entier n vérifiant cette condition.
- d) On considère la fonction Python ci-dessous. Que renvoie `seuil()` ? Expliquer.

```
def seuil():  
    n = 1  
    while 1 - 0.96**n < 0.9:  
        n = n + 1  
    return n
```

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).