

Devoir surveillé – Limites de suites

Convergence, divergence et comportement asymptotique des suites numériques (programme Maths complémentaires Terminale)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths complémentaires (option Tle) Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Limites immédiates

(4 pts)

- | | |
|---|--|
| a) a) Déterminer la limite de la suite définie par $u_n = 8 - \frac{5}{n}$.
b) b) Déterminer la limite de la suite définie par $v_n = 0,45^n$. | c) c) Déterminer la limite de la suite définie par $w_n = 4n - n^2$.
d) d) Déterminer la limite de la suite définie par $t_n = 12 + 7 \times 1,06^n$. |
|---|--|

Exercice 2 – Formes indéterminées

(4 pts)

- | | |
|---|--|
| a) a) Déterminer la limite de la suite définie par $a_n = \frac{9n^2 - 4}{3n^2 + 2n}$.
b) b) Déterminer la limite de la suite définie par $b_n = \frac{6n + 5}{n^2 - 1}$.
c) c) Déterminer la limite de la suite définie par $c_n = \frac{n^3 - 2n}{5n^2 + n}$.
d) d) Déterminer la limite de la suite définie par $d_n = \sqrt{n + 16} - \sqrt{n + 7}$. | |
|---|--|

Exercice 3 – Abonnés d'une médiathèque

(4 pts)

Chaque année, une médiathèque conserve 65 % de ses abonnés et enregistre 840 nouvelles inscriptions. En 2026 elle compte 1 800 abonnés. On note u_n le nombre d'abonnés au bout de n années, avec $u_0 = 1\,800$ et $u_{n+1} = 0,65 u_n + 840$.

- | | |
|--|--|
| a) a) Calculer u_1 et u_2 .
b) b) On pose $v_n = u_n - 2\,400$. Montrer que (v_n) est géométrique et préciser sa raison et son premier terme.
c) c) Exprimer u_n en fonction de n , puis déterminer la limite de la suite (u_n) et l'interpréter.
d) d) Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > 2\,395$. | |
|--|--|

Exercice 4 – Suite définie par récurrence

(4 pts)

La suite (w_n) est définie par $w_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $w_{n+1} = \sqrt{2w_n + 15}$. On admet que pour tout n , $0 < w_n < 5$.

- | | |
|--|--|
| a) a) Calculer w_1 et w_2 , arrondis au millièm. | |
| b) b) Montrer que la suite (w_n) est croissante. | |
| c) c) Justifier que la suite (w_n) converge. | |
| d) d) Déterminer la limite de la suite (w_n) . | |

Exercice 5 – Somme géométrique et seuil*(4 pts)*

Pour tout entier naturel n , on pose $S_n = 1 + 0,32 + 0,32^2 + \cdots + 0,32^n$.

- a) a) Exprimer S_n en fonction de n .
- b) b) Déterminer la limite de la suite (S_n) , puis en donner la valeur arrondie au millième.
- c) c) Un élève affirme : « la suite (S_n) tend vers $+\infty$, puisqu'on ajoute chaque fois un terme strictement positif ». Expliquer l'erreur.
- d) d) Écrire une fonction Python renvoyant le plus petit entier n tel que $S_n > 1,47$, et donner sa valeur.

Bon courage !