

Devoir surveillé – Fonction exponentielle

Définition, propriétés algébriques et applications de la fonction exponentielle (programme Maths complémentaires Terminale)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Maths complémentaires (option Tle) Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs et équations

(4 pts)

- a) a) Simplifier $\frac{e^7 \times e^{-4}}{(e^2)^3}$.
b) b) Résoudre $e^{4x+1} = e^{x-5}$.
c) c) Résoudre $e^{x^2} = e^{5x-6}$.
d) d) Résoudre $e^{2x} - 3e^x = 0$.

Exercice 2 – Étude de la fonction $(2x + 1)e^{-x}$

(4 pts)

- a) a) Calculer $f'(x)$ pour $f(x) = (2x + 1)e^{-x}$ et la factoriser.
b) b) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ et préciser la valeur exacte du maximum.
c) c) Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.
d) d) Étudier la convexité de f et préciser l'abscisse du point d'inflexion.

Exercice 3 – Dépollution d'un bassin

(4 pts)

La concentration d'un polluant dans un bassin, en mg/L, est modélisée par $C(t) = 18e^{-0,22t}$, où t est le temps en jours.

- a) a) Calculer la concentration initiale, puis celle au bout de 4 jours (arrondir au centième).
b) b) Justifier que la concentration diminue, puis déterminer la demi-vie du polluant au centième de jour.
c) c) Déterminer le premier jour entier à partir duquel la concentration est inférieure à 1 mg/L.
d) d) Calculer le pourcentage de baisse de la concentration sur une journée, arrondi à 0,01 %.

Exercice 4 – Parc de véhicules électriques

(4 pts)

Le nombre de véhicules électriques d'une flotte est modélisé par $V(t) = 1\,500e^{0,09t}$, où t est le nombre d'années écoulées depuis 2026. On pose $v_n = V(n)$.

- a) a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique et donner sa raison à 10^{-4} près.
b) b) En déduire le taux d'évolution annuel, arrondi à 0,01 %.
c) c) Calculer v_{10} , arrondi à l'unité.
d) d) Déterminer le plus petit entier n tel que $v_n \geq 5\,000$, et l'année correspondante.

Exercice 5 – Choix d'un modèle et esprit critique*(4 pts)*

Une entreprise relève son chiffre d'affaires annuel, en millions d'euros.

t (années depuis 2026)	0	1	2	3	4
Chiffre d'affaires	2,4	3,1	4,0	5,3	6,8

- a) a) Calculer les quotients successifs, arrondis au centième.
- b) b) En déduire un modèle de la forme $f(t) = C e^{at}$, en donnant C et a arrondi à 10^{-4} .
- c) c) Estimer le chiffre d'affaires de 2033 à 0,1 million près.
- d) d) Un stagiaire propose plutôt d'ajouter 1,1 million chaque année. Expliquer pourquoi son modèle est inadapté ici.

Bon courage !