Devoir surveillé – Lois de probabilité et statistique à deux variables — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Maths complémentaires Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes *(5 pts)*

a) La variable X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(8\,;0{,}3)$. Calculer $P(X = 2)$.

b) La variable Y suit la loi géométrique $\mathcal{G}(0{,}25)$. Calculer $P(Y = 3)$ et $E(Y)$.

c) La variable U suit la loi uniforme sur $[2\,;12]$. Calculer $P(U \geqslant 9{,}5)$ et $E(U)$.

d) La variable Z suit la loi exponentielle de paramètre $0{,}5$. Calculer $P(Z > 3)$ et $E(Z)$.

e) Une série statistique double est donnée par x_i : 2 ; 4 ; 6 ; 8 et y_i : 5 ; 9 ; 10 ; 16. Calculer les coordonnées du point moyen G. Sachant que la droite de régression de y en x a pour coefficient directeur $a = 1{,}7$, déterminer son ordonnée à l'origine b.

Exercice 2 – Problème — Des bols en céramique *(5 pts)*

Un atelier fabrique des bols en céramique en grande série. On admet que $6\,\%$ des bols présentent un défaut d'émail, indépendamment les uns des autres. Arrondir les probabilités au millième.

a) On prélève au hasard 20 bols dans la production, assez grande pour assimiler ce prélèvement à des tirages avec remise. On note X le nombre de bols défectueux. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b) Calculer $P(X = 0)$ et $P(X \geqslant 2)$.

c) Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat.

d) Un contrôleur examine les bols un par un, à la sortie du four, jusqu'à trouver le premier bol défectueux. On note Y le rang de ce bol. Justifier que Y suit une loi géométrique, puis calculer $E(Y)$ et l'interpréter.

e) Calculer $P(Y > 20)$. Expliquer pourquoi on retrouve la valeur de $P(X = 0)$.

Exercice 3 – Problème — La durée d'un trajet en tramway *(5 pts)*

La durée T, en minutes, du trajet en tramway d'Inès entre son domicile et son lycée suit la loi uniforme sur $[12\,;20]$.

a) Donner la densité de T, puis calculer $P(T \leqslant 15)$.

b) Inès prend le tramway à 7 h 42 ; à l'arrivée, elle met 2 minutes pour aller de l'arrêt à sa salle, et les cours commencent à 8 h 00. Calculer la probabilité qu'elle soit en retard.

c) Calculer la durée moyenne du trajet, puis la variance et l'écart type de T (écart type au centième).

d) Déterminer le réel d tel que $P(T \leqslant d) = 0{,}9$. En déduire l'heure à laquelle Inès doit prendre le tramway, au plus tard, pour être en classe à l'heure avec une probabilité de $0{,}9$ (même trajet à pied de 2 minutes, cours à 8 h 00).

e) Inès fait ce trajet 5 jours de suite ; les durées des trajets sont indépendantes. On note N le nombre de jours où le trajet dure plus de 18 minutes. Donner la loi de N, puis calculer la probabilité qu'au moins un trajet dure plus de 18 minutes (au millième).

Exercice 4 – Problème — L'attente au téléphone *(5 pts)*

Le service d'assistance d'un fournisseur d'accès à internet relève, selon le nombre x d'appels déjà en attente au moment où l'on appelle, l'attente moyenne y (en minutes) avant d'être pris en charge.

x_i	1	2	3	5	7	8
y_i **(min)**	1,1	1,7	2,7	4,3	5,9	6,6

a) Calculer les coordonnées du point moyen G de la série (au centième).

b) À l'aide de la calculatrice, donner le coefficient de corrélation linéaire r au millième. Un ajustement affine est-il justifié ?

c) Donner une équation de la droite de régression de y en x (coefficients arrondis au centième), puis interpréter son coefficient directeur.

d) Mathis appelle alors que 6 appels sont déjà en attente. Estimer son attente moyenne avec cet ajustement, arrondie à la minute. On modélise alors son attente T, en minutes, par une loi exponentielle dont l'espérance est égale à cette estimation : donner le paramètre λ et calculer $P(T > 10)$ au millième.

e) Calculer la probabilité que Mathis attende entre 3 et 8 minutes (au millième).

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).