Dérivation : approfondissement

Fiche tableaux : les dérivées à connaître
(Maths complémentaires Terminale)

Dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	**Valable sur**
k	0	$\mathbb{R}$
x^n $(n \geqslant 1)$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty\,;0[$ et $]0\,;+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\,;+\infty[$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$]0\,;+\infty[$

Exemple : sur $]0\,;+\infty[$, $\left(x^5 - 4\sqrt{x}\right)' = 5x^4 - \dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

Opérations

Fonction	**Dérivée**	**Condition**
$u + v$	$u' + v'$	—
ku	ku'	k réel
uv	$u'v + uv'$	—
$\dfrac{1}{v}$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$v \neq 0$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$	$v \neq 0$

Exemple : $(x\,e^x)' = 1 \times e^x + x\,e^x = (1+x)e^x$.

Formes composées de Terminale

Fonction	**Dérivée**	**Condition**
$f(ax+b)$	$a\,f'(ax+b)$	$ax+b$ dans l'intervalle où f est dérivable
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$	—
$\sqrt{ax+b}$	$\dfrac{a}{2\sqrt{ax+b}}$	$ax+b > 0$
u^2	$2u'u$	—
e^u	$u'e^u$	—
$\ln u$	$\dfrac{u'}{u}$	$u > 0$

Exemples : $(e^{-4x})' = -4e^{-4x}$; $\left(\ln(x^2+2)\right)' = \dfrac{2x}{x^2+2}$.

Du signe de f′ aux variations

Sur un intervalle I…	**alors…**
$f'(x) > 0$ (sauf en des points isolés)	f strictement croissante sur I
$f'(x) < 0$ (sauf en des points isolés)	f strictement décroissante sur I
$f'(x) = 0$ pour tout x	f constante sur I
f' s'annule en a et passe de $+$ à $-$	maximum local en a
f' s'annule en a et passe de $-$ à $+$	minimum local en a

Exemple : si $f'(x) = (x-4)e^x$, f décroît sur $]-\infty\,;4]$ et croît sur $[4\,;+\infty[$: minimum en 4.

Facteurs de signe connu

Facteur	**Signe**
$e^{u(x)}$	toujours > 0
$(u(x))^2$	$\geqslant 0$, nul là où $u(x) = 0$
x sur $]0\,;+\infty[$	> 0
$\ln x$	< 0 sur $]0\,;1[$, > 0 sur $]1\,;+\infty[$
ax^2+bx+c avec $\Delta < 0$	signe de a

Exemple : $\dfrac{x^2+1}{x}\,e^{-x}$ est strictement positif sur $]0\,;+\infty[$: tous ses facteurs le sont.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).