Convexité

Fiche tableaux : ce qu'il faut connaître
(Maths complémentaires Terminale)

Convexe ou concave : les caractérisations

	f **convexe sur** I	f **concave sur** I
Cordes	courbe au-dessous	courbe au-dessus
Tangentes	courbe au-dessus	courbe au-dessous
f'	croissante	décroissante
f''	$f'' \geqslant 0$	$f'' \leqslant 0$

Exemple : $(x^4 + x^2)'' = 12x^2 + 2 > 0$, convexe sur $\mathbb{R}$.

Fonctions de référence

Fonction	x^2	x^3	$\dfrac{1}{x}$	$\sqrt{x}$	e^x	$\ln x$
Convexe sur	$\mathbb{R}$	$[0\,;+\infty[$	$]0\,;+\infty[$	—	$\mathbb{R}$	—
Concave sur	—	$]-\infty\,;0]$	$]-\infty\,;0[$	$[0\,;+\infty[$	—	$]0\,;+\infty[$

Exemple : $-e^x$ est concave sur $\mathbb{R}$, car $(-e^x)'' = -e^x < 0$.

Point d'inflexion

Situation en a	**Conclusion**
f'' s'annule en changeant de signe	point d'inflexion, la courbe traverse sa tangente
f'' s'annule sans changer de signe	pas de point d'inflexion
$f''(a) \neq 0$	pas de point d'inflexion

Exemples : $(x^5)'' = 20x^3$ change de signe en 0 (inflexion) ; $(x^6)'' = 30x^4$ non.

Lecture graphique

Support	**Convexe**	**Concave**	**Inflexion**
Courbe de f	en cuvette	en dôme	la forme s'inverse
Courbe de f'	f' monte	f' descend	extremum de f'
Courbe de f''	au-dessus de l'axe	au-dessous de l'axe	traverse l'axe

Rappel : le signe de f' donne les variations de f.

Coût total et rendements

C''	**Courbe de** C	**Coût marginal** C'	**Rendements**
$\leqslant 0$	concave	décroissant	croissants
change de signe	point d'inflexion	minimal	seuil
$\geqslant 0$	convexe	croissant	décroissants

Rappel : $C'(q)$ approche le coût de l'unité supplémentaire.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).