

Corrigé et barème – Triangles : somme des angles et cercle circonscrit

Somme des angles d'un triangle (180°) et calcul d'un angle manquant ; angles des triangles rectangle, isocèle et équilatéral ; médiatrices d'un triangle, cercle circonscrit et position de son centre

Durée : 50 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Calculer des angles ★★

(4 pts)

- a) $180 - 43 - 88 = 49$, donc $\widehat{KML} = 49^\circ$ (1)
- b) Angles aigus : $90 - 19 = 71$, donc $\widehat{NPE} = 71^\circ$ (1)
- c) Angles à la base égaux : $(180 - 26) \div 2 = 77$, donc $\widehat{QRS} = 77^\circ$ (1)
- d) $\widehat{TVU} = \widehat{TUV} = 67^\circ$; $180 - 2 \times 67 = 46$, donc $\widehat{UTV} = 46^\circ$ (1)

Repère — Dans un triangle isocèle, on repère le sommet principal : les deux angles égaux sont les deux autres.

Exercice 2 – Triangle possible ? Quelle nature ? ★★

(4 pts)

- a) $47 + 61 + 82 = 190$: ce n'est pas 180, ce triangle n'existe pas (1)
- b) $180 - 39 - 51 = 90$: il a un angle droit, il est rectangle (1)
- c) $180 - 64 - 52 = 64$: deux angles de 64° , il est isocèle ; son sommet principal est celui de l'angle de 52° (1)
- d) $180 \div 3 = 60$: trois angles de 60° , le triangle est équilatéral (1)

Erreur fréquente — Ne pas conclure sur deux angles seulement : on calcule toujours le troisième avant de donner la nature.

Exercice 3 – Construction et cercle circonscrit ★★

(4 pts)

- a) $180 - 50 - 70 = 60$, donc $\widehat{ACB} = 60^\circ$ (1)
- b) Je trace $[AB]$ de 6 cm ; en A , au rapporteur, une demi-droite qui fait 50° avec $[AB]$; en B , une demi-droite qui fait 70° avec $[BA]$, du même côté ; C est leur point d'intersection (contrôle : $\widehat{ACB}$ mesure environ 60°) (1)
- c) Pour chaque côté : je place son milieu, puis je trace la perpendiculaire en ce milieu (équerre), ou deux arcs de même rayon centrés aux extrémités ; O est le point commun (1)
- d) Pointe du compas en O , écartement OA : le cercle passe par A , B et C ; rayon environ 3,5 cm (1)

Contrôle — Les trois angles sont aigus : le centre O doit être à l'intérieur du triangle, et le cercle doit passer exactement par C .

Exercice 4 – Médiatrices : raisonner ★★★**(4 pts)**

- a) O est sur la médiatrice de $[AB]$, donc à égale distance de A et B : $OA = OB$; de même, sur la médiatrice de $[BC]$: $OB = OC$ (1)
- b) $OA = OB$ et $OB = OC$, donc $OA = OC$: O est à égale distance de A et C , il est sur la médiatrice de $[AC]$ (1)
- c) Or O est sur la médiatrice de $[EF]$; si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance de ses extrémités ; donc $OF = OE = 4,6$ cm. De même avec $[EG]$: $OG = 4,6$ cm (1)
- d) $OA = OC$ (rayons) : OAC est isocèle en O ; $(180 - 96) \div 2 = 42$, donc $\widehat{OAC} = 42^\circ$ (1)

Le point clé — La médiatrice d'un segment, c'est exactement l'ensemble des points à égale distance de ses deux extrémités : c'est elle qui fait tout le raisonnement.

Exercice 5 – Problème — le triangle mystère ★★★**(4 pts)**

- a) $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 2 \times 30 = 60^\circ$; $30 + 60 + 60 = 150$: ce n'est pas 180, ces mesures ne conviennent pas (1)
- b) $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 80^\circ$; $40 + 80 + 80 = 200$: trop grand, elles ne conviennent pas non plus (1)
- c) $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} =$ une fois $\widehat{BAC}$ + deux fois $\widehat{BAC}$ + deux fois $\widehat{BAC} = 5$ fois $\widehat{BAC}$; donc $\widehat{BAC} = 180 \div 5 = 36^\circ$ (1)
- d) $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 2 \times 36 = 72^\circ$; $36 + 72 + 72 = 180$ ✓ (1)

Méthode — Tester des valeurs montre dans quel sens corriger (150 trop petit, 200 trop grand) ; la somme 180° permet ensuite de trouver la valeur exacte.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).