

Corrigé et barème – La division euclidienne

Quotient, reste, dividende et diviseur : poser et utiliser la division euclidienne (programme de 6e)

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Vocabulaire et règle d'or du reste

(4 pts)

- a) Dividende 43, diviseur 6, quotient 7, reste 1 : $43 = 6 \times 7 + 1$. (1)
- b) ... toujours strictement inférieur au diviseur : $r < b$. (1)
- c) Le reste est nul : $35 = 5 \times 7$, donc 35 est un multiple de 5. (1)
- d) 0, 1, 2, 3 ou 4 : il y a 5 restes possibles. (1)

Repère — le reste est toujours compris entre 0 et $b - 1$: un reste supérieur ou égal au diviseur signale un quotient pris trop petit.

Exercice 2 – Divisions posées

(4 pts)

- a) $437 = 8 \times 54 + 5$: $q = 54$, $r = 5$. (1)
- b) $652 = 9 \times 72 + 4$: $q = 72$, $r = 4$. (1)
- c) $2019 = 7 \times 288 + 3$: $q = 288$, $r = 3$. (1)
- d) $1000 = 24 \times 41 + 16$: $q = 41$, $r = 16$. (1)

Astuce — on contrôle chaque division en recalculant $b \times q + r$: on doit retrouver exactement le dividende, avec r plus petit que b .

Exercice 3 – Utiliser l'égalité euclidienne

(4 pts)

- a) $11 \times 8 = 88$ et $95 - 88 = 7$, donc $95 = 11 \times 8 + 7$. (1)
- b) $8 \times 13 + 6 = 104 + 6 = 110$. (1)
- c) $86 - 5 = 81$ puis $81 \div 9 = 9$: le diviseur est 9. (1)
- d) L'égalité est vraie, mais $11 > 6$: la bonne écriture est $47 = 6 \times 7 + 5$. (1)

À retenir — une égalité $a = b \times q + r$ n'est la division euclidienne que si, **en plus**, le reste vérifie $0 \leq r < b$.

Exercice 4 – Encadrer pour trouver le quotient

(4 pts)

- a) $24 \times 9 = 216$ et $24 \times 10 = 240$, donc $216 \leq 230 < 240$: $q = 9$ et $r = 14$. (1)
- b) $b > 11$, donc $b \geq 12$: le diviseur vaut au moins 12. (1)
- c) $13 \times 7 = 91$, donc $100 = 13 \times 7 + 9$: $q = 7$, $r = 9$. (1)
- d) $a = 12 \times 7 = 84$: c'est un multiple de 12. (1)

Le point clé — le plus grand multiple du diviseur qui ne dépasse pas le dividende donne le quotient ; ce qui manque pour atteindre le dividende donne le reste.

Exercice 5 – Problème de synthèse — le club sportif

(4 pts)

- a) $375 = 16 \times 23 + 7$: 23 équipes complètes et 7 enfants restants. (1)
- b) 24 équipes : il en faut une de plus pour les 7 enfants restants. (1)
- c) $16 - 7 = 9$ enfants de plus, car $384 = 16 \times 24$. (1)
- d) Oui : $375 = 15 \times 25$, le reste est nul, soit 25 équipes complètes. (1)

Erreur fréquente — oublier le reste : « combien d'équipes au total » demande d'ajouter 1 au quotient, alors que « combien d'équipes complètes » est le quotient lui-même.