

La division euclidienne

Durée : 55 min

Barème : / 20 points

Barème : 1 point par question, soit 4 points par exercice

Unités : réponse sans unité = 0,5 point retiré

1 Vocabulaire et règle d'or du reste

/ 4 pts

- a. Dividende **43**, diviseur **6**, quotient **7**, reste **1** : $43 = 6 \times 7 + 1$.
- b. ... toujours strictement inférieur au diviseur : $r < b$.
- c. Le reste est nul : $35 = 5 \times 7$, donc **35** est un multiple de **5**.
- d. **0, 1, 2, 3** ou **4** : il y a **5** restes possibles.

Repère — le reste est toujours compris entre **0** et **b-1** : un reste supérieur ou égal au diviseur signale un quotient pris trop petit.

2 Divisions posées

/ 4 pts

- a. $437 = 8 \times 54 + 5$: $q = 54$, $r = 5$.
- b. $652 = 9 \times 72 + 4$: $q = 72$, $r = 4$.
- c. $2\,019 = 7 \times 288 + 3$: $q = 288$, $r = 3$.
- d. $1\,000 = 24 \times 41 + 16$: $q = 41$, $r = 16$.

Astuce — on contrôle chaque division en recalculant $b \times q + r$: on doit retrouver exactement le dividende, avec r plus petit que b .

3 Utiliser l'égalité euclidienne

/ 4 pts

- a. $11 \times 8 = 88$ et $95 - 88 = 7$, donc $95 = 11 \times 8 + 7$.
- b. $8 \times 13 + 6 = 104 + 6 = 110$.
- c. $86 - 5 = 81$ puis $81 \div 9 = 9$: le diviseur est **9**.
- d. L'égalité est vraie, mais $11 > 6$: la bonne écriture est $47 = 6 \times 7 + 5$.

À retenir — une égalité $a = b \times q + r$ n'est la division euclidienne que si, **en plus**, le reste vérifie $0 \leq r < b$.

4 Encadrer pour trouver le quotient

/ 4 pts

- a. $24 \times 9 = 216$ et $24 \times 10 = 240$, donc $216 \leq 230 < 240$: $q = 9$ et $r = 14$.
- b. $b > 11$, donc $b \geq 12$: le diviseur vaut au moins **12**.
- c. $13 \times 7 = 91$, donc $100 = 13 \times 7 + 9$: $q = 7$, $r = 9$.
- d. $a = 12 \times 7 = 84$: c'est un multiple de **12**.

Le point clé — le plus grand multiple du diviseur qui ne dépasse pas le dividende donne le quotient ; ce qui manque pour atteindre le dividende donne le reste.

5 Problème de synthèse — le club sportif

/ 4 pts

- a. $375 = 16 \times 23 + 7$: **23** équipes complètes et **7** enfants restants.
- b. **24** équipes : il en faut une de plus pour les **7** enfants restants.
- c. $16 - 7 = 9$ enfants de plus, car $384 = 16 \times 24$.
- d. Oui : $375 = 15 \times 25$, le reste est nul, soit **25** équipes complètes.

Erreur fréquente — oublier le reste : « combien d'équipes au total » demande d'ajouter **1** au quotient, alors que « combien d'équipes complètes » est le quotient lui-même.