

Corrigé et barème – triangles, quadrilatères, angles du triangle et solides — niveau ★★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Recherche — Tous les triangles possibles

(4 pts)

- Deux cas. Si 50° est l'angle au sommet principal : les angles à la base mesurent $(180 - 50) \div 2 = 65$ degrés, d'où $50^\circ, 65^\circ, 65^\circ$. Si 50° est un angle à la base : l'autre aussi, et le troisième mesure $180 - 100 = 80$ degrés, d'où $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$. (1 pt : 0,5 par cas) (1)
- Deux cas. Si les deux côtés égaux mesurent 8 cm : le troisième mesure $20 - 16 = 4$ cm, d'où 8, 8, 4. Si 8 cm est la base : les deux côtés égaux font ensemble $20 - 8 = 12$ cm, soit 6 cm chacun, d'où 6, 6, 8. Les deux triangles se construisent au compas. (1 pt : 0,5 par cas) (1)
- En comptant par parts : chaque angle égal vaut 1 part et le troisième 2 parts, soit 4 parts pour 180° . Une part vaut $180 \div 4 = 45$ degrés. Les angles mesurent $45^\circ, 45^\circ$ et 90° : le triangle est rectangle et isocèle. (1 pt : 0,5 calcul + 0,5 nature) (1)
- Non : les deux angles à la base sont égaux, ils feraient $2 \times 100 = 200$ degrés, plus que 180° . L'angle de 100° est donc forcément au sommet principal, et les angles à la base mesurent $(180 - 100) \div 2 = 40$ degrés : $100^\circ, 40^\circ, 40^\circ$. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)

Piège — « un angle de 50° » ou « un côté de 8 cm » ne dit pas où il se trouve : une question de recherche oblige à envisager chaque position possible, puis à éliminer celles qui sont impossibles.

Exercice 2 – Corriger une copie

(4 pts)

- Nina a oublié les deux bases : le prisme a 5 faces, 2 triangles équilatéraux et 3 rectangles de 4 cm sur 7 cm. Pour les arêtes, elle n'a compté que celles des bases : il y a 3 arêtes par base et 3 arêtes latérales, soit 9 arêtes. (1 pt : 0,5 faces + 0,5 arêtes) (1)
- Oui : chaque base triangulaire a 3 sommets, et tous les sommets du prisme sont sur les bases, d'où $3 + 3 = 6$ sommets. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- Il y a 6 arêtes de 4 cm (les côtés des deux bases) et 3 arêtes de 7 cm : $6 \times 4 + 3 \times 7 = 24 + 21 = 45$ cm. Nina a compté une seule arête latérale. (1 pt : 0,5 décompte + 0,5 calcul) (1)
- « Droit » concerne les faces latérales, qui sont des rectangles, et non les angles des bases. Une base est un triangle équilatéral : ses trois angles sont égaux et leur somme vaut 180° , donc chacun mesure $180 \div 3 = 60$ degrés. (1 pt : 0,5 erreur expliquée + 0,5 60°) (1)

Erreur fréquente — oublier les bases ou les arêtes latérales : dans un prisme dont la base a n côtés, il y a $n + 2$ faces, $3 \times n$ arêtes et $2 \times n$ sommets. Vérifie toujours sur un exemple connu (le cube).

Exercice 3 – Problème — Le pignon

(4 pts)

- a) DCE est isocèle en E : $\widehat{EDC} = \widehat{ECD}$ et leur somme vaut $180 - 100 = 80$ degrés. Chacun mesure 40° . (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) $ABCD$ est un carré, donc $\widehat{ADC} = 90^\circ$. Comme E est au-dessus de (DC) , $[DC)$ est entre $[DA)$ et $[DE)$: $\widehat{ADE} = 90 + 40 = 130^\circ$. (1 pt : 0,5 angle droit du carré + 0,5 somme justifiée) (1)
- c) Un triangle équilatéral a trois angles de 60° : $\widehat{DEC} = 60^\circ$ et $\widehat{EDC} = 60^\circ$, donc $\widehat{ADE} = 90 + 60 = 150^\circ$. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) $ED = EC$, donc E est à égale distance de D et de C : il est sur la médiatrice de $[DC]$. Le milieu M est aussi sur cette médiatrice : c'est donc la droite (EM) . Le centre du cercle circonscrit est sur les trois médiatrices du triangle, en particulier sur celle de $[DC]$: il est sur (EM) . (1 pt : 0,5 (EM) médiatrice + 0,5 conclusion) (1)

Méthode — pour un angle formé par deux figures accolées, on additionne les angles côte à côte : l'angle droit du carré, puis l'angle à la base du triangle.

Exercice 4 – Enquête — Patrons du cube

(4 pts)

- a) P est un patron, R n'en est pas un. Dans R , la bande de 4 carrés forme le tour du cube ; les deux carrés placés sous les colonnes 1 et 2 se replient tous les deux du même côté : ils se superposent pour former le dessous, et le dessus reste ouvert. (1 pt : 0,5 bon choix + 0,5 justification) (1)
- b) Les carrés (2, 1) et (2, 3) se relèvent à gauche et à droite ; (1, 1) se replie sur (2, 1) pour former le fond, (3, 3) se replie sur (2, 3) pour former l'avant, et (3, 4), accroché au bord de (3, 3), vient fermer le dessus. La face du haut est le carré « rangée 3, colonne 4 ». (1 pt : 0,5 réponse + 0,5 explication) (1)
- c) Par exemple, on déplace le carré « rangée 2, colonne 2 » au-dessus de la bande (rangée 0, colonne 2). La bande de 4 forme le tour du cube, un carré ferme le dessous et l'autre le dessus : c'est un patron (en forme de croix). Tout déplacement qui met un carré au-dessus de la bande et laisse l'autre en dessous convient. (1 pt : 0,5 déplacement + 0,5 justification) (1)
- d) Un pavé a 4 arêtes de chaque dimension, donc $4 \times (4 + 5 + c) = 60$, c'est-à-dire $4 + 5 + c = 60 \div 4 = 15$. La troisième dimension vaut $c = 15 - 9 = 6$ cm. Vérification : $4 \times 4 + 4 \times 5 + 4 \times 6 = 16 + 20 + 24 = 60$. (1 pt : 0,5 raisonnement + 0,5 résultat) (1)

Astuce — pour tester un patron, choisis une face pour le sol et replie les autres une à une dans ta tête : dès que deux carrés tombent au même endroit, ce n'est pas un patron.

Exercice 5 – Vrai ou faux ? Justifie

(4 pts)

- a) Vrai : la somme des trois angles vaut 180° et l'angle droit mesure 90° , donc les deux autres font ensemble $180 - 90 = 90$ degrés. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) Faux : le triangle RST rectangle en S avec $SR = ST = 3$ cm a un angle droit et il est isocèle (angles $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$). (1 pt : 0,5 + 0,5 contre-exemple) (1)
- c) Faux : on construit le triangle ABC avec $AB = 8$ cm, $AC = 4$ cm et $BC = 5$ cm ; ses médiatrices se coupent en un point situé en dehors du triangle, de l'autre côté de $[AB]$ par rapport à C . Le centre n'est donc pas toujours à l'intérieur. (1 pt : 0,5 faux + 0,5 contre-exemple construit) (1)
- d) Vrai : le prisme droit à base triangulaire a 5 faces (2 triangles et 3 rectangles) et 6 sommets (3 par base). (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)

Erreur fréquente — généraliser à partir d'une seule figure : sur un triangle « ordinaire », le centre du cercle circonscrit est souvent à l'intérieur, mais il suffit d'un triangle très aplati pour qu'il sorte.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).