

Corrigé et barème – triangles, quadrilatères, angles du triangle et solides — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Problème — La tente

(5 pts)

- a) C'est un prisme droit à base triangulaire : 5 faces (2 triangles + 3 rectangles), 9 arêtes (3 + 3 sur les bases, 3 dans la longueur), 6 sommets. (1 pt : 0,5 nom + 0,5 nombres) (1)
- b) Le triangle a deux côtés de 1,5 m : il est isocèle, de sommet principal le haut de l'entrée et de base le côté au sol. Les deux pans de toit mesurent 1,5 m sur 2,5 m, le tapis de sol mesure 1,8 m sur 2,5 m. (1 pt : 0,5 isocèle + 0,5 dimensions) (1)
- c) Le triangle est isocèle, donc ses deux angles à la base sont égaux. Leur somme vaut $180 - 74 = 106$ degrés, donc chacun mesure $106 \div 2 = 53$, soit 53° . (1 pt : 0,5 angles égaux + 0,5 calcul) (1)
- d) Chaque triangle a un périmètre de $1,5 + 1,5 + 1,8 = 4,8$ m, soit $2 \times 4,8 = 9,6$ m pour les deux. Il faut ajouter les 3 arêtes de 2,5 m : $3 \times 2,5 = 7,5$ m. Total : $9,6 + 7,5 = 17,1$ m. (1 pt : 0,5 triangles + 0,5 total) (1)
- e) Échelle : 1,5 m = 150 cm donne $150 \div 30 = 5$ cm, et 1,8 m = 180 cm donne 6 cm. On trace la base de 6 cm, puis deux arcs de rayon 5 cm centrés à ses extrémités ; leur intersection est le sommet. (1 pt : 0,5 longueurs à l'échelle + 0,5 construction) (1)

Méthode — un solide réel se décompose en faces : on identifie d'abord la forme des bases (ici des triangles isocèles), puis on compte et on mesure arête par arête.

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Emma a tort : deux angles obtus mesurent chacun plus de 90° , donc ensemble plus de 180° , alors que la somme des trois angles d'un triangle vaut 180° . (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) Hugo a raison. Si 60° est l'angle au sommet principal, les deux autres mesurent $(180 - 60) \div 2 = 60$ degrés. Si 60° est un angle à la base, l'autre angle à la base mesure aussi 60° et le troisième $180 - 60 - 60 = 60$ degrés. Dans les deux cas, les trois angles sont égaux : le triangle est équilatéral. (1 pt : 0,5 par cas) (1)
- c) Léna a tort : il a 2 bases triangulaires et 3 faces latérales (une par côté du triangle), soit 5 faces. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) Tom a raison : si la base a n côtés, la pyramide a n faces latérales plus la base, soit $n + 1$ faces, et n sommets sur la base plus le sommet principal, soit $n + 1$ sommets. (1 pt : 0,5 + 0,5 ; un exemple seul vaut 0,5) (1)

Piège — pour un triangle isocèle, on ne sait pas toujours si l'angle donné est au sommet principal ou à la base : il faut alors étudier les deux cas.

Exercice 3 – Enchaîner les angles

(4 pts)

- a) ABC est isocèle en A : ses angles à la base sont égaux et valent ensemble $180 - 40 = 140$ degrés. Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 140 \div 2 = 70^\circ$. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) BDC est isocèle en B , donc ses angles à la base $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BCD}$ sont égaux. Or $\widehat{BCD}$ est l'angle $\widehat{ACB}$ (car D est sur $[AC]$), qui mesure 70° . Donc $\widehat{BDC} = 70^\circ$ et $\widehat{DBC} = 180 - 70 - 70 = 40^\circ$. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- c) $[BD]$ est à l'intérieur de l'angle $\widehat{ABC}$, donc $\widehat{ABD} = \widehat{ABC} - \widehat{DBC} = 70 - 40 = 30^\circ$. (1 pt : 0,5 méthode + 0,5 résultat) (1)
- d) Dans le triangle ABD : $\widehat{BAD} = 40^\circ$ et $\widehat{ABD} = 30^\circ$, donc $\widehat{ADB} = 180 - 40 - 30 = 110^\circ$. Ses trois angles (40° , 30° , 110°) sont tous différents : aucun couple d'angles égaux, donc ABD n'est pas isocèle. (1 pt : 0,5 calcul + 0,5 justification) (1)

Erreur fréquente — se tromper d'angles à la base : dans un triangle isocèle en B , les angles égaux sont ceux dont le sommet n'est PAS B , c'est-à-dire ceux situés aux extrémités du côté opposé à B .

Exercice 4 – Assemblage de cubes

(4 pts)

- a) $3 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 = 10$ cubes. (1 pt) (1)
- b) 3 colonnes. Dans chaque colonne, on voit la pile la plus haute des deux rangées : à gauche $\max(3; 2) = 3$ carrés, au milieu 2 carrés, à droite 1 carré. La vue de face est un escalier 3, 2, 1. (1 pt : 0,5 par colonnes justes + 0,5 explication) (1)
- c) 2 colonnes, une par rangée. La rangée de devant a au plus 2 cubes, celle du fond au plus 3. En regardant depuis la droite, la rangée de devant est à gauche du dessin : colonne de 2 carrés à gauche, colonne de 3 carrés à droite. (1 pt : 0,5 hauteurs + 0,5 ordre) (1)
- d) Le pavé compte $3 \times 2 \times 3 = 18$ cubes. Il faut en ajouter $18 - 10 = 8$. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)

Astuce — pour une vue, chaque colonne du dessin montre la pile la plus haute dans la direction du regard : les cubes cachés derrière ne changent rien au dessin.

Exercice 5 – Triangle rectangle et cercle circonscrit

(3 pts)

- a) On trace $[AB]$ de 8 cm, puis à l'équerre la perpendiculaire à $[AB]$ en B , sur laquelle on place C à 6 cm de B . On mesure $AC = 10$ cm. (1 pt : 0,5 construction + 0,5 mesure) (1)
- b) On construit deux médiatrices (par exemple de $[AB]$ et de $[BC]$) : elles se coupent en O , centre du cercle circonscrit ; le cercle de centre O passant par A passe par B et C . On mesure un rayon de 5 cm, et O est au milieu de $[AC]$ ($OA = OC = 5$ cm). (1 pt : 0,5 construction + 0,5 rayon et position) (1)
- c) Dans le triangle rectangle, $\widehat{ABC} = 90^\circ$, donc $\widehat{BCA}$ mesure environ $180 - 90 - 37 = 53$, soit 53° . (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)

Méthode — le centre du cercle circonscrit est le point de concours des médiatrices : il est à la même distance des trois sommets, et cette distance est le rayon.