

Corrigé et barème – triangles, quadrilatères, angles du triangle et solides — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6°

Exercice 1 – Triangles et quadrilatères particuliers

(4 pts)

- DEF est équilatéral (trois côtés égaux). Ses trois angles sont égaux et leur somme vaut 180° : chacun mesure $180 \div 3 = 60$, soit 60° . (1 pt : 0,5 nature + 0,5 angles) (1)
- La somme des angles d'un triangle vaut 180° , et $\widehat{SRT} = 90^\circ$. Donc $\widehat{RTS}$ mesure $180 - 90 - 27 = 63$, soit 63° . (1 pt : 0,5 méthode + 0,5 résultat) (1)
- $\widehat{MPN}$ mesure $180 - 45 - 45 = 90$, soit 90° . Le triangle a un angle droit en P et deux angles égaux : il est rectangle et isocèle en P . (1 pt : 0,5 calcul + 0,5 nature complète) (1)
- Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur. Si deux côtés consécutifs sont égaux, les quatre côtés sont égaux : c'est un rectangle qui a quatre côtés égaux, donc un carré. (1 pt : 0,5 carré + 0,5 justification) (1)

Méthode — pour un angle manquant, on part toujours de 180° et on retire les angles connus ; dans un triangle rectangle, l'angle droit compte pour 90° même s'il n'est pas écrit en degrés.

Exercice 2 – Solides : faces, arêtes, sommets

(4 pts)

- 6 faces, 12 arêtes, 8 sommets ; toutes les faces sont des carrés de même taille. (1 pt : 0,5 les trois nombres + 0,5 carrés) (1)
- 5 faces (1 base carrée + 4 faces latérales), 8 arêtes (4 autour de la base + 4 qui montent au sommet), 5 sommets (4 de la base + le sommet principal) ; les faces latérales sont des triangles. (1 pt : 0,5 nombres + 0,5 triangles) (1)
- 5 faces (2 bases triangulaires + 3 faces latérales), 9 arêtes (3 par base + 3 latérales), 6 sommets (3 par base) ; les faces latérales sont des rectangles. (1 pt : 0,5 nombres + 0,5 rectangles) (1)
- Le cylindre a 2 faces planes, deux disques de même rayon ; le cône a 1 seule face plane, un disque (et un sommet). Leur autre surface est courbe. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)

Astuce — pour compter les arêtes sans en oublier, compte celles d'une base, puis celles qui relient les bases (prisme) ou qui montent vers le sommet (pyramide).

Exercice 3 – Construire un triangle rectangle

(4 pts)

- RST est rectangle et isocèle en S (angle droit en S et $SR = ST$). Figure à main levée : angle droit codé en S , et le même codage sur $[SR]$ et $[ST]$. (1 pt : 0,5 nature + 0,5 codage) (1)
- On trace $[RS]$ de 4 cm ; avec l'équerre, on trace la perpendiculaire à $[RS]$ passant par S ; sur cette droite, on place T à 4 cm de S (règle ou compas) ; on trace $[RT]$. (1 pt : 0,5 angle droit à l'équerre + 0,5 longueurs exactes) (1)
- La somme des angles vaut 180° et $\widehat{RST} = 90^\circ$, donc $\widehat{SRT} + \widehat{RTS} = 90^\circ$. Le triangle est isocèle en S , donc ses angles à la base sont égaux : $\widehat{SRT} = \widehat{RTS} = 90 \div 2 = 45^\circ$. (1 pt : 0,5 somme + 0,5 angles égaux) (1)
- On mesure $RT \approx 5,7$ cm. Périmètre : $4 + 4 + 5,7 = 13,7$ cm. (1 pt : 0,5 mesure à 1 mm près + 0,5 calcul) (1)

Erreur fréquente — croire qu'un triangle rectangle ne peut pas être isocèle : il l'est dès que les deux côtés de l'angle droit ont la même longueur, et ses deux angles aigus mesurent alors 45° .

Exercice 4 – Pavé droit et patrons du cube**(4 pts)**

- a) 6 faces rectangulaires, opposées deux à deux : 2 faces de 4 cm sur 3 cm, 2 faces de 4 cm sur 2 cm, 2 faces de 3 cm sur 2 cm. (1 pt : 0,5 nombre + 0,5 dimensions) (1)
- b) Un pavé a 12 arêtes, 4 de chaque longueur : 4 arêtes mesurent 4 cm. Longueur totale : $4 \times 4 + 4 \times 3 + 4 \times 2 = 16 + 12 + 8 = 36$ cm. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- c) La figure A est un patron : la bande de 4 carrés forme le tour du cube, et les carrés 5 et 6 en ferment le dessus et le dessous. La figure B n'en est pas un : en pliant, deux carrés viennent se superposer et une face reste ouverte (aucun carré ne peut fermer le cube). (1 pt : 0,5 bon choix + 0,5 justification) (1)
- d) En repliant la bande, les carrés 1 et 3 se retrouvent face à face (un carré les sépare), donc la face 1 est opposée à la face 3. Les carrés 5 et 6 forment le dessus et le dessous : la face 5 est opposée à la face 6. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)

Piège — avoir 6 carrés ne suffit pas pour faire un patron de cube : il faut qu'en pliant, chaque carré prenne une place différente. Deux faces opposées ne sont jamais côte à côte sur le patron.

Exercice 5 – Cercle circonscrit et angles**(4 pts)**

- a) On trace $[KL]$ de 6 cm ; on trace un arc de centre K et de rayon 7 cm, puis un arc de centre L et de rayon 5 cm ; leur point d'intersection est M ; on trace $[KM]$ et $[LM]$. (1 pt : 0,5 arcs avec les bons rayons + 0,5 tracé précis) (1)
- b) Les trois médiatrices se coupent en un même point O : elles sont concourantes. (1 pt : 0,5 tracés + 0,5 constat) (1)
- c) Le cercle passe aussi par L et par M : O est à égale distance des trois sommets. C'est le cercle circonscrit au triangle KLM . (1 pt : 0,5 points + 0,5 nom) (1)
- d) La somme des angles vaut 180° : $\widehat{KML}$ mesure $180 - 44 - 78 = 58$, soit environ 58° . (1 pt : 0,5 méthode + 0,5 résultat) (1)

Astuce — deux médiatrices suffisent pour trouver le centre du cercle circonscrit ; la troisième sert de vérification, car elle doit passer par le même point.