

Corrigé et barème – Proportionnalité, pourcentages et gestion de données — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Vrai. 25% de $80 = 80 \div 4 = 20$; 80% de $25 = \frac{80 \times 25}{100} = \frac{2\,000}{100} = 20$. Dans les deux cas, on calcule $\frac{25 \times 80}{100}$. (1 pt : 0,5 pour la réponse, 0,5 pour les deux calculs) (1)
- b) Faux. À la naissance (0 an), un bébé mesure déjà environ 50 cm, alors qu'avec la proportionnalité, à 0 an correspondrait 0 cm. Autre contre-exemple : un enfant d'environ 110 cm à 5 ans ne mesure pas 220 cm à 10 ans, mais environ 140 cm. (1 pt : 0,5 pour la réponse, 0,5 pour un contre-exemple) (1)
- c) Faux. $(9 + 11 + 16 + 20) \div 4 = 56 \div 4 = 14$, et 14 n'est pas une valeur de la série. La moyenne est comprise entre la plus petite et la plus grande valeur, mais n'est pas forcément l'une d'elles. (1 pt : 0,5 pour la moyenne, 0,5 pour la conclusion) (1)
- d) Faux. $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0,375 = 37,5\%$, et $37,5\% < 40\%$: c'est moins. (1 pt : 0,5 pour la conversion, 0,5 pour la comparaison) (1)

Méthode — pour montrer qu'une affirmation générale est fausse, un seul contre-exemple suffit ; en revanche, un exemple qui marche ne prouve pas qu'elle est toujours vraie.

Exercice 2 – Les soldes en tableau

(4 pts)

- a) Prendre 15% d'un prix, c'est toujours le multiplier par $\frac{15}{100} = 0,15$: la réduction est proportionnelle au prix initial, de coefficient 0,15. Vérification : $40 \times 0,15 = 6$. (1 pt : 0,5 pour l'explication, 0,5 pour le coefficient) (1)
- b) $60 \times 0,15 = 9$ €. Une réduction de 12 €, double de 6 €, correspond à un prix double de 40 €, soit 80 €. Enfin $140 = 60 + 80$, donc la réduction est $9 + 12 = 21$ € (ou $140 \times 0,15 = 21$). (1,5 pt : 0,5 par valeur) (1)
- c) $140 - 21 = 119$ €. (0,5 pt) (1)
- d) On paie $100\% - 15\% = 85\%$ du prix initial : le prix payé est lui aussi proportionnel au prix initial, donc un seul prix initial convient. D'après le tableau, un article à 60 € a 9 € de réduction et coûte $60 - 9 = 51$ €. Le prix initial était 60 €. (1 pt : 0,5 pour le raisonnement, 0,5 pour le résultat) (1)

Astuce — appliquer le même pourcentage à plusieurs prix revient à remplir un tableau de proportionnalité : l'additivité ($140 = 60 + 80$) donne une valeur sans nouvelle multiplication.

Exercice 3 – Enquête : le temps d'écran

(4 pts)

- a) « Au moins 3 h » signifie 3 h ou 4 h, soit $7 + 4 = 11$ élèves. $\frac{11}{20} = \frac{55}{100} = 55\%$. (1 pt : 0,5 pour l'effectif, 0,5 pour le pourcentage) (1)
- b) Temps total : $1 \times 3 + 2 \times 6 + 3 \times 7 + 4 \times 4 = 3 + 12 + 21 + 16 = 52$ h. Moyenne : $52 \div 20 = 2,6$ h. Or $0,6 \text{ h} = 0,6 \times 60 \text{ min} = 36 \text{ min}$: la moyenne est de 2 h 36 min. (1,5 pt : 0,5 pour le total, 0,5 pour la division par 20, 0,5 pour la conversion) (1)
- c) Les 20 élèves correspondent à 360° , donc 1 élève correspond à $360 \div 20 = 18^\circ$. Le secteur « 3 h » (7 élèves) mesure $7 \times 18 = 126^\circ$. (1 pt : 0,5 pour l'angle d'un élève, 0,5 pour le résultat) (1)
- d) Hugo confond la valeur la plus fréquente (3 h) avec la moyenne. La moyenne tient compte de tous les élèves : elle vaut 2 h 36 min, et non 3 h. (0,5 pt) (1)

Piège — dans un tableau d'effectifs, chaque valeur est multipliée par son effectif avant de diviser par l'effectif total ; calculer $(1 + 2 + 3 + 4) \div 4 = 2,5$ oublie que les valeurs ne concernent pas le même nombre d'élèves.

Exercice 4 – Le trajet du train

(4 pts)

- a) En 30 min : 60 km ; en 60 min : 120 km. $60 \div 30 = 2$ et $120 \div 60 = 2$: oui, la distance est proportionnelle à la durée (2 km par minute). Vitesse : 120 km en 1 h, soit 120 km/h. (1 pt : 0,5 pour la justification, 0,5 pour la vitesse) (1)
- b) Distance parcourue : $140 - 120 = 20$ km en 30 min, donc $2 \times 20 = 40$ km en 1 h. Vitesse moyenne : 40 km/h. (1 pt : 0,5 pour la distance, 0,5 pour la vitesse) (1)
- c) Non. À 2 km par minute, le train aurait parcouru $90 \times 2 = 180$ km à 9 h 30, soit 90 min après le départ ; or il n'en a parcouru que 140. Les quotients distance/durée ne sont pas tous égaux. (1 pt : 0,5 pour la réponse, 0,5 pour la justification) (1)
- d) Tout le trajet : 200 km en 2 h, soit $200 \div 2 = 100$ km/h. À 9 h 00 : $\frac{120}{200} = \frac{60}{100} = 60\%$ du trajet. (1 pt : 0,5 pour la vitesse moyenne, 0,5 pour le pourcentage) (1)

Erreur fréquente — la vitesse moyenne sur tout le trajet n'est pas la moyenne des vitesses des portions (120, 40 et 120 km/h donneraient environ 93 km/h) : on divise la distance totale par la durée totale.

Exercice 5 – Problème — la course solidaire

(4 pts)

- a) $540 \times 2,5 = 540 \times 2 + 540 \times 0,5 = 1\,080 + 270 = 1\,350$ €. (1 pt : 0,5 pour le calcul, 0,5 pour le résultat) (1)
- b) Distance moyenne : $540 \div 120 = 4,5$ km par élève (vérification : $120 \times 4,5 = 540$). (1 pt : 0,5 pour la division par l'effectif, 0,5 pour le résultat) (1)
- c) 45 min = 3×15 min, donc Lina parcourt $6 \div 3 = 2$ km en 15 min, et $4 \times 2 = 8$ km en 60 min : sa vitesse moyenne est de 8 km/h. Somme rapportée : $6 \times 2,50 = 15$ €. (1 pt : 0,5 pour la vitesse, 0,5 pour la somme) (1)
- d) $\frac{1\,350}{1\,500} = \frac{135}{150} = \frac{9}{10} = \frac{90}{100} = 90\%$ de l'objectif. (1 pt : 0,5 pour le quotient, 0,5 pour le pourcentage) (1)

Méthode — dans un problème, on rédige une phrase par étape : ce que l'on cherche, le calcul, puis le résultat avec son unité (€, km, km/h ou %).