

Devoir surveillé – Opérations, division euclidienne et divisibilité — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Sans calculer

(3 pts)

Réponds sans effectuer l'opération demandée : seul un raisonnement est attendu.

- a) Explique pourquoi $2\,346 \times 5\,675 \neq 13\,313\,551$.
- b) Donne le quotient et le reste de la division euclidienne par 9 de $A = 9 \times 358 + 7$, puis de $B = 9 \times 358 + 13$.
- c) Le nombre 111 111 111 (écrit avec neuf chiffres 1) est-il divisible par 9 ? Déduis-en, sans calcul, que $111\,111\,111 \times 4$ est un multiple de 36.

Exercice 2 – Calculs longs sous contrôle

(5 pts)

Pose les calculs et contrôle chaque résultat.

- a) Pose et calcule $7\,048 \times 309$, puis contrôle avec un ordre de grandeur.
- b) Sans utiliser le résultat, explique pourquoi $7\,048 \times 309$ est divisible par 3 et par 4, puis vérifie-le sur le résultat avec les critères.
- c) Pose la division euclidienne de 50 000 par 47.
- d) Calcule de tête $1\,001 \times 437$, puis 999×437 .
- e) Explique sans poser de division pourquoi 436 563 est divisible par 9, puis donne le quotient et le reste de la division euclidienne de 436 570 par 9.

Exercice 3 – Recherche — toutes les solutions

(4 pts)

Trouve toutes les solutions et justifie que tu n'en as oublié aucune.

- a) $\square$ et $\triangle$ désignent des chiffres. Trouve tous les nombres de quatre chiffres qui s'écrivent $\square 74 \triangle$ et qui sont divisibles à la fois par 5 et par 9.
- b) Trouve tous les nombres entiers non nuls dont le quotient dans la division euclidienne par 8 est égal au reste.
- c) Trouve tous les chiffres $\square$ tels que $6\square 2$ soit divisible par 4, puis ceux tels qu'il soit divisible à la fois par 4 et par 9.

Exercice 4 – Problème — la livraison de cahiers

(4 pts)

Une imprimerie fabrique 2 016 cahiers. Elle les emballe en paquets de 12, puis place les paquets dans des cartons de 9 paquets au maximum. Une camionnette transporte au plus 7 cartons par voyage. Chaque cahier est vendu 2 € ; le papier a coûté 1 350 € et chaque carton coûte 38 € (emballage et livraison compris).

- a) Combien de cartons faut-il, et combien de paquets contient le carton incomplet ?
- b) Combien de voyages la camionnette doit-elle faire ?
- c) L'imprimerie vend tous ses cahiers. Quel est son bénéfice ?

Exercice 5 – Défi — le reste caché

(4 pts)

Un nombre entier n a pour reste 5 dans la division euclidienne par 6.

- a) Vérifie que 11, 29 et 47 conviennent, puis donne le reste de chacun dans la division par 3.
- b) Prouve que ce reste est le même pour tous les nombres n de ce type : écris $n = 6 \times q + 5$ et remarque que $6 \times q$ est un multiple de 3.
- c) Quel est le reste de n dans la division par 2 ? Justifie.
- d) Généralise : un nombre a pour reste 7 dans la division euclidienne par 12. Quel est son reste dans la division par 4 ? Et par 3 ?

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).