

Corrigé et barème – Opérations, division euclidienne et divisibilité — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Vrai. $36 = 4 \times 9$, donc 2 436 est divisible par 4 (0,5 pt) ; $2 + 4 + 3 + 6 = 15$, multiple de 3, donc 2 436 est divisible par 3 (0,5 pt). (1)
- b) Faux. L'égalité est juste ($9 \times 51 = 459$ et $459 + 16 = 475$), mais le reste 16 n'est pas plus petit que 9 (0,5 pt). Comme $16 = 9 + 7$: $475 = 9 \times 52 + 7$, quotient 52, reste 7 (0,5 pt). (1)
- c) Faux. $1\,000 - 437 = 563$ (0,5 pt) ; $5 + 6 + 3 = 14$ n'est pas un multiple de 9, donc 563 n'est pas divisible par 9 (en effet $563 = 9 \times 62 + 5$) (0,5 pt). (1)
- d) Vrai. $36 = 9 \times 4$, donc $125 \times 36 = 125 \times 4 \times 9 = 500 \times 9$: c'est un multiple de 9 (0,5 pt).
Vérification : $125 \times 36 = 4\,500$ et $4 + 5 + 0 + 0 = 9$ (0,5 pt). (1)

Erreur fréquente — une égalité juste ne suffit pas pour avoir une division euclidienne : il faut aussi que le reste soit strictement plus petit que le diviseur.

Exercice 2 – Calculs en cascade

(4 pts)

- a) $3\,027 - 1\,389 = 1\,638$; vérification : $1\,389 + 1\,638 = 3\,027$ (0,5 pt). $1 + 6 + 3 + 8 = 18$, multiple de 9 : oui, 1 638 est divisible par 9 (0,5 pt). (1)
- b) $286 \times 5 = 1\,430$; $286 \times 40 = 11\,440$; $1\,430 + 11\,440 = 12\,870$ (0,5 pt). $45 = 5 \times 9$, donc 286×45 est un multiple de 5 et de 9 ; les critères le confirment : dernier chiffre 0 et somme $1 + 2 + 8 + 7 + 0 = 18$ (0,5 pt). (1)
- c) $12\,900 = 12\,870 + 30 = 45 \times 286 + 30$ (0,5 pt) et $30 < 45$: quotient 286, reste 30 (0,5 pt). (1)
- d) $12\,920 = 45 \times 286 + 50$, mais $50 > 45$: ce n'est pas encore la division euclidienne (0,5 pt). $50 = 45 + 5$, donc $12\,920 = 45 \times 287 + 5$ avec $5 < 45$: quotient 287, reste 5 (0,5 pt). (1)

Méthode — une multiplication déjà faite donne des divisions sans effort : on écrit le nombre comme le multiple connu plus un petit écart, puis on vérifie que cet écart est plus petit que le diviseur.

Exercice 3 – Chiffres manquants

(4 pts)

- a) Somme des chiffres : $4 + \square + 6 = 10 + \square$, comprise entre 10 et 19 (0,5 pt). Les multiples de 3 de cet intervalle sont 12, 15 et 18, donc $\square = 2, 5$ ou 8 : 426, 456, 486 (0,5 pt). (1)
- b) Somme des chiffres : $2 + \square + 3 + 5 = 10 + \square$, comprise entre 10 et 19 (0,5 pt). Le seul multiple de 9 de cet intervalle est 18, donc $\square = 8$: 2 835 (0,5 pt). (1)
- c) Par 4 : le nombre $3\square$ doit être un multiple de 4, soit 32 ou 36, donc $\square = 2$ ou 6 (0,5 pt). Par 3 : $7 + 3 + 2 = 12$ convient, $7 + 3 + 6 = 16$ ne convient pas. Seule solution : 732 (0,5 pt). (1)
- d) Le nombre s'écrit $7 \times q + 4$ et il est compris entre 50 et 59 (0,5 pt). $7 \times 6 + 4 = 46$ est trop petit, $7 \times 7 + 4 = 53$ convient, $7 \times 8 + 4 = 60$ est trop grand. Donc $\square = 3$ (0,5 pt). (1)

Méthode — avec un chiffre inconnu, on encadre la somme des chiffres (le chiffre va de 0 à 9), puis on liste les multiples présents dans cet intervalle : on est sûr de n'oublier aucune solution.

Exercice 4 – Encadrer et raisonner*(4 pts)*

- a) $1\,000 = 999 + 1 = 37 \times 27 + 1$ avec $1 < 37$: quotient 27, reste 1 (0,5 pt). $1\,100 = 999 + 101$ et $101 = 37 \times 2 + 27$, donc $1\,100 = 37 \times 29 + 27$ avec $27 < 37$: quotient 29, reste 27 (0,5 pt). (1)
- b) Le reste est plus petit que 15 : le plus grand possible est 14 (0,5 pt). Dividende : $15 \times 23 + 14 = 345 + 14 = 359$ (0,5 pt). (1)
- c) $a = 408 + 30 = 438$. Comme $30 > 17$, Tom a tort : $30 = 17 + 13$, donc $a = 17 \times 25 + 13$, quotient 25, reste 13 (0,5 pt). Par $24 : 30 = 24 + 6$, donc $a = 24 \times 18 + 6$, quotient 18, reste 6 (0,5 pt). (1)
- d) $6\,000 \div 30 = 200$: le quotient est proche de 200 (0,5 pt). $29 \times 207 = 5\,800 + 203 = 6\,003$ et $29 \times 208 = 6\,032$, donc $6\,003 \leq 6\,012 < 6\,032$: quotient 207, reste $6\,012 - 6\,003 = 9$ (0,5 pt). (1)

Piège — quand on ajoute un nombre à un multiple connu, le nouveau reste peut dépasser le diviseur : il faut alors ajouter une ou plusieurs unités au quotient.

Exercice 5 – Problème — la sortie au musée*(4 pts)*

- a) $27 + 29 = 56$ et $56 + 28 = 84$ élèves (0,5 pt) ; $84 + 7 = 91$ personnes (0,5 pt). (1)
- b) $91 = 9 \times 10 + 1$ avec $1 < 9$: 10 minibus pleins laissent 1 personne sans place, il faut donc 11 minibus (0,5 pt). Places : $11 \times 9 = 99$; $99 - 91 = 8$ places vides (0,5 pt). (1)
- c) Entrées : $84 \times 14 = 840 + 336 = 1\,176$ € ; minibus : $11 \times 115 = 1\,265$ € (0,5 pt). Total : $1\,176 + 1\,265 = 2\,441$ €. Contrôle : $80 \times 15 + 10 \times 100 = 2\,200$, ordre de grandeur cohérent (0,5 pt). (1)
- d) On divise 2 441 par 84 : $84 \times 29 = 2\,520 - 84 = 2\,436$ et $84 \times 30 = 2\,520 > 2\,441$ (0,5 pt). $2\,441 = 84 \times 29 + 5$: chaque famille paie 29 € et le collègue paie 5 € (0,5 pt). (1)

Erreur fréquente — on applique la même règle à toutes les questions sans lire la situation : pour les minibus, la personne restante impose un véhicule de plus ; pour les familles, on garde le quotient et le reste revient au collègue.