

Corrigé et barème – Opérations, division euclidienne et divisibilité — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Vocabulaire et calculs posés

(4 pts)

- a) On pose l'addition : $6 + 7 = 13$, j'écris 3 et je retiens 1 ; $8 + 5 + 1 = 14$, j'écris 4 et je retiens 1 ; $3 + 4 + 1 = 8$. La somme vaut $386 + 457 = 843$. (1 pt : 0,5 pose + 0,5 résultat) (1)
- b) On pose la soustraction : $14 - 8 = 6$ (retenue) ; $10 - 8 = 2$ (retenue) ; $12 - 6 = 6$ (retenue) ; $1 - 1 = 0$. La différence vaut $1\,204 - 578 = 626$. Vérification : $578 + 626 = 1\,204$. (1 pt : 0,5 pose + 0,5 résultat) (1)
- c) $64 \times 7 = 448$; $64 \times 30 = 1\,920$; $448 + 1\,920 = 2\,368$. Le produit vaut 2 368. Contrôle : $60 \times 40 = 2\,400$, ordre de grandeur cohérent. (1 pt : 0,5 pose + 0,5 résultat) (1)
- d) Oui pour les deux. Par 7 : dividende 58, diviseur 7, quotient 8, reste 2, et $2 < 7$. Par 8 : $58 = 8 \times 7 + 2$ (on peut échanger les facteurs), dividende 58, diviseur 8, quotient 7, reste 2, et $2 < 8$. (1 pt : 0,5 par division) (1)

Erreur fréquente — une égalité $a = b \times q + r$ ne traduit la division euclidienne de a par b que si le reste r est plus petit que b ; ici 2 est plus petit que 7 et que 8, donc les deux lectures sont justes.

Exercice 2 – Poser des divisions

(4 pts)

- a) $51 \div 6$: 8 fois, reste 3 ; on abaisse le 7 : $37 \div 6$: 6 fois, reste 1. Quotient 86, reste 1 : $517 = 6 \times 86 + 1$ avec $1 < 6$. (1 pt : 0,5 quotient + 0,5 reste et égalité) (1)
- b) $9 \div 8$: 1 fois, reste 1 ; $14 \div 8$: 1 fois, reste 6 ; $63 \div 8$: 7 fois, reste 7. Quotient 117, reste 7 : $943 = 8 \times 117 + 7$ avec $7 < 8$. (1 pt : 0,5 quotient + 0,5 reste et égalité) (1)
- c) $13 \div 7$: 1 fois, reste 6 ; $65 \div 7$: 9 fois, reste 2 ; $28 \div 7$: 4 fois, reste 0. Quotient 194, reste 0 : $1\,358 = 7 \times 194$. La division est exacte : 1 358 est un multiple de 7. (1 pt : 0,5 quotient + 0,5 reste et égalité) (1)
- d) $26 \div 12$: 2 fois, reste 2 ; $20 \div 12$: 1 fois, reste 8 ; $85 \div 12$: 7 fois, reste 1. Quotient 217, reste 1 : $2\,605 = 12 \times 217 + 1$ avec $1 < 12$. (1 pt : 0,5 quotient + 0,5 reste et égalité) (1)

Méthode — après chaque étape, on vérifie que le reste partiel est plus petit que le diviseur ; sinon, le chiffre écrit au quotient est trop petit. Un reste final nul signifie que la division est exacte.

Exercice 3 – Le tableau des critères

(4 pts)

- a) Dernier chiffre 0 : divisible par 2, 5 et 10. Somme des chiffres $2 + 7 + 0 = 9$: divisible par 3 et par 9. 70 n'est pas un multiple de 4 ($4 \times 17 = 68$, $4 \times 18 = 72$) : pas divisible par 4. (1 pt) (1)
- b) Dernier chiffre 5 : divisible par 5 ; nombre impair, donc pas divisible par 2, ni par 4, ni par 10. Somme $1 + 0 + 3 + 5 = 9$: divisible par 3 et par 9. (1 pt) (1)
- c) Dernier chiffre 8 : divisible par 2, pas par 5 ni par 10. $68 = 4 \times 17$: divisible par 4. Somme $4 + 6 + 8 = 18$: divisible par 3 et par 9. (1 pt) (1)
- d) Dernier chiffre 2 : divisible par 2, pas par 5 ni par 10. $12 = 4 \times 3$: divisible par 4. Somme $7 + 2 + 1 + 2 = 12$: divisible par 3, mais pas par 9 car 12 n'est pas un multiple de 9. (1 pt) (1)

Piège — le critère de 4 porte sur le nombre formé par les deux derniers chiffres, pas sur le dernier chiffre seul : 270 se termine par 0 et pourtant il n'est pas divisible par 4.

Exercice 4 – Calcul malin*(4 pts)*

- a) On regroupe $5 \times 20 = 100$ (on peut changer l'ordre et regrouper les facteurs) : $5 \times 86 \times 20 = 86 \times 100 = 8\,600$. (1 pt : 0,5 regroupement + 0,5 résultat) (1)
- b) On regroupe les termes qui se complètent : $(367 + 33) + (145 + 55) = 400 + 200 = 600$. (1 pt : 0,5 regroupement + 0,5 résultat) (1)
- c) $48 \times 11 = 48 \times 10 + 48 = 480 + 48 = 528$. (1 pt : 0,5 méthode + 0,5 résultat) (1)
- d) $398 \times 51 \approx 400 \times 50 = 20\,000$ (0,5 pt). La somme des chiffres de 51 est 6, donc $51 = 3 \times 17$; ainsi $398 \times 51 = 398 \times 3 \times 17$ est un multiple de 3 (0,5 pt). Le produit exact, 20 298, a bien une somme des chiffres égale à 21, multiple de 3. (1)

Astuce — on cherche d'abord les paires qui donnent 10, 100 ou 1 000 ; et si l'un des facteurs est divisible par 3, tout le produit l'est, sans rien calculer.

Exercice 5 – Problème — la vente de cookies*(4 pts)*

- a) Les deux derniers chiffres forment $48 = 4 \times 12$, donc 348 est divisible par 4 : c'est possible (0,5 pt). $348 \div 4 = 87$, car $4 \times 87 = 348$: on obtient 87 sachets (0,5 pt). (1)
- b) $3 + 4 + 8 = 15$ n'est pas un multiple de 9 : c'est impossible sans reste (0,5 pt). $348 = 9 \times 38 + 6$ avec $6 < 9$: 38 sachets complets et 6 cookies restants (0,5 pt). (1)
- c) Recette : $87 \times 3 = 261$ € (0,5 pt). Bénéfice : $261 - 94 = 167$ € (0,5 pt). (1)
- d) $510 = 4 \times 127 + 2$ (0,5 pt) : 127 sachets ne contiennent que 508 cookies, c'est trop peu ; il faut 128 sachets, soit 512 cookies (0,5 pt). (1)

Piège — le quotient ne répond pas toujours seul à la question : quand il reste des cookies à logger pour atteindre l'objectif, il faut un sachet de plus que le quotient.