

Corrigé et barème – Nombres décimaux, multiplication, division et fractions — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Automatismes justifiés

(3 pts)

- a) $430 = 0,43 \times 1\,000$ et $0,0027 = 2,7 \div 1\,000$. On multiplie un facteur par 1 000 et on divise l'autre par 1 000 : le produit ne change pas. Donc $430 \times 0,0027 = 1,161$. (0,5 pt pour la justification, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- b) Vrai : $40 \times 25 = 1\,000$, donc $\frac{13}{40} = \frac{13 \times 25}{40 \times 25} = \frac{325}{1\,000} = 0,325$. (0,5 pt pour la réponse, 0,5 pt pour la justification) (1)
- c) $5 \div 6 : 50 \div 6 = 8$ reste 2 ; $20 \div 6 = 3$ reste 2 ; le reste est toujours 2, donc $\frac{5}{6} = 0,8333 \dots$. Or $0,833 > 0,830$, donc $\frac{5}{6} > 0,83$. (0,5 pt pour la division, 0,5 pt pour la conclusion) (1)

Astuce — dans un produit, si l'on multiplie un facteur par 1 000 et que l'on divise l'autre par 1 000, le résultat reste le même : inutile de refaire le calcul.

Exercice 2 – Calculs longs

(4 pts)

- a) $1\,275 \times 36 = 38\,250 + 7\,650 = 45\,900$; il y a 2 + 2 = 4 chiffres après la virgule : 4,5900. Donc $12,75 \times 0,36 = 4,59$. (0,5 pt pour le produit, 0,5 pt pour la virgule) (1)
- b) $0,125 \times 8 = 1$, donc $0,125 \times 64 = 0,125 \times 8 \times 8 = 8$; puis $8 \times 0,5 = 4$. (0,5 pt pour la méthode, 0,5 pt pour le résultat) (1)
- c) 0 unité ; 9 dixièmes $\div 16 = 0$ reste 9 ; $90 \div 16 = 5$ reste 10 ; $100 \div 16 = 6$ reste 4 ; $40 \div 16 = 2$ reste 8 ; $80 \div 16 = 5$ reste 0. Donc $0,9 \div 16 = 0,05625$. (1 pt) (1)
- d) $4,6 \times 0,8 = 3,68$ (car $46 \times 8 = 368$) ; $3,68 \div 8 = 0,46$; $0,46 \times 7 = 3,22$. (0,5 pt pour le produit, 0,5 pt pour la fraction de la quantité) (1)

Erreur fréquente — dans $0,9 \div 16$, oublier les zéros au quotient : quand 16 ne va pas dans 9 dixièmes, on écrit 0 au rang des dixièmes avant de continuer.

Exercice 3 – Recherche — toutes les solutions

(5 pts)

- a) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$ (0,5 pt) ; $0,85 = \frac{85}{100} = \frac{85 \div 5}{100 \div 5} = \frac{17}{20}$ (0,5 pt). (1,25)
- b) Les fractions ont toutes le dénominateur 20 : $\frac{n}{20}$ est entre $\frac{12}{20}$ et $\frac{17}{20}$ exactement quand n est strictement entre 12 et 17. Les seuls entiers possibles sont 13, 14, 15 et 16 : $\frac{13}{20}, \frac{14}{20}, \frac{15}{20}, \frac{16}{20}$. Il y en a 4, et aucune autre. (1 pt pour la liste, 0,5 pt pour la justification) (1,25)
- c) $\frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0,65$; $\frac{14}{20} = 0,7$; $\frac{15}{20} = 0,75$; $\frac{16}{20} = 0,8$ (on multiplie par 5 pour obtenir le dénominateur 100). (0,5 pt pour la méthode, 0,5 pt pour les quatre résultats) (1,25)
- d) $\frac{14}{20} = \frac{7}{10} (\div 2)$; $\frac{15}{20} = \frac{3}{4} (\div 5)$; $\frac{16}{20} = \frac{4}{5} (\div 4)$. $\frac{13}{20}$ ne se simplifie pas : 13 n'est divisible que par 1 et 13, et 20 n'est pas divisible par 13. (1 pt pour les simplifications, 0,5 pt pour le cas de $\frac{13}{20}$) (1,25)

Méthode — pour chercher toutes les solutions, ramène tout au même dénominateur : la comparaison se réduit alors à celle des numérateurs, et la liste des entiers possibles prouve qu'aucune solution n'est oubliée.

Exercice 4 – Problème — la randonnée**(4 pts)**

- a) Forêt : $12,6 \div 7 = 1,8$, puis $1,8 \times 3 = 5,4$ km (0,5 pt). Rivière : $12,6 - 5,4 = 7,2$ km (0,5 pt). (1,33333)
- b) $7,2$ km = 7 200 m ; $7\,200 \div 450 = 16$ intervalles (1 pt). Avec un panneau au début et un à la fin, il faut $16 + 1 = 17$ panneaux (0,5 pt). (1,33333)
- c) $0,6 \times 12,6 = 7,56$ km (car $6 \times 126 = 756$) (0,5 pt). Comme $7,56 > 5,4$, il a quitté la forêt : il longe la rivière (0,5 pt), à $7,56 - 5,4 = 2,16$ km du début de cette partie (0,5 pt). (1,33333)

Piège — sur un trajet, 16 intervalles demandent 17 panneaux quand il y en a un à chaque extrémité : dessine un petit schéma avant de conclure.

Exercice 5 – Pour aller plus loin**(4 pts)**

- a) $4 \times 0,25 = 1$, donc $1 \div 4 = 0,25$ (0,5 pt) ; $8 \times 0,125 = 1$, donc $1 \div 8 = 0,125$ (0,5 pt). (1)
- b) $\frac{7}{8}$, c'est 7 fois $\frac{1}{8}$: $7 \times 0,125 = 0,875$ (0,5 pt). Un seizième est la moitié d'un huitième : $0,125 \div 2 = 0,0625$, et l'on vérifie $16 \times 0,0625 = 1$ (0,5 pt). (1)
- c) $1 \div 3 : 10 \div 3 = 3$ reste 1, puis de nouveau $10 \div 3 = 3$ reste 1, et ainsi de suite. Le reste vaut toujours 1, il n'est jamais nul : la division ne s'arrête pas et $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$ n'a pas d'écriture décimale exacte. (0,5 pt pour la division, 0,5 pt pour l'argument du reste) (1)
- d) Comme $8 \times 0,125 = 1$, multiplier par 8 le nombre « $N \times 0,125$ » redonne N ; donc $N \times 0,125$ est le nombre qui, multiplié par 8, donne N : c'est $N \div 8$ (0,5 pt). Ainsi $56 \times 0,125 = 56 \div 8 = 7$ (0,5 pt). (1)

Méthode — pour prouver qu'une division ne s'arrête jamais, on observe les restes : si un même reste revient, les mêmes chiffres reviennent au quotient et le calcul se répète sans fin.