

Corrigé et barème – Longueurs, masses, durées, aires et volumes — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Calculs en cascade

(4 pts)

- a) $3,2 \text{ km} = 3\,200 \text{ m}$; $12\,500 \text{ cm} = 125 \text{ m}$ (0,5 pt) ; $3\,200 + 450 + 125 = 3\,775 \text{ m}$ (0,5 pt). (1)
- b) Heures : $2 + 3 = 5 \text{ h}$; minutes : $48 + 37 + 55 = 140 \text{ min} = 2 \text{ h } 20 \text{ min}$ (0,5 pt) ; total : $7 \text{ h } 20 \text{ min}$ (0,5 pt). (1)
- c) $0,35 \text{ m}^2 = 35 \text{ dm}^2$; $800 \text{ cm}^2 = 8 \text{ dm}^2$ (0,5 pt) ; $35 + 42 + 8 = 85 \text{ dm}^2$ (0,5 pt). (1)
- d) $1,2 \text{ m}^3 = 1\,200 \text{ dm}^3 = 1\,200 \text{ L}$; $350 \text{ dm}^3 = 350 \text{ L}$; $4\,500 \text{ cL} = 45 \text{ L}$ (0,5 pt) ; $1\,200 - 350 + 45 = 895 \text{ L}$ (0,5 pt). (1)

Méthode — dans une somme de grandeurs, on convertit chaque terme séparément, puis on calcule : les durées se traitent à part, heures d'un côté, minutes de l'autre.

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Faux : la nouvelle aire vaut $(2 \times L) \times (2 \times \ell) = 4 \times L \times \ell$; l'aire est multipliée par 4 (0,5 pt).
Exemple : $2 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$ devient $4 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$ (0,5 pt). (1)
- b) Vrai : $(2 \times a) \times (2 \times a) \times (2 \times a) = 8 \times a \times a \times a$ (0,5 pt). Exemple : arête 1 cm, volume 1 cm^3 ; arête 2 cm, volume 8 cm^3 (0,5 pt). (1)
- c) Faux, contre-exemple : 5 cm sur 1 cm et 4 cm sur 2 cm ont tous deux un périmètre de 12 cm (0,5 pt), mais des aires de 5 cm^2 et 8 cm^2 (0,5 pt). (1)
- d) Vrai : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ L}$ (0,5 pt), soit $1\,000 \text{ kg d'eau} = 1 \text{ t}$ (0,5 pt). (1)

Erreur fréquente — doubler les dimensions ne double ni l'aire ni le volume : l'aire est multipliée par $2 \times 2 = 4$, le volume par $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Exercice 3 – Enquête — tous les rectangles

(4 pts)

- a) Il faut largeur $\times$ longueur = 36. Comme largeur $\leq$ longueur, largeur $\times$ largeur ≤ 36 , donc la largeur vaut au plus 6 (0,5 pt). On teste 1 à 6 : 1×36 , 2×18 , 3×12 , 4×9 , 6×6 ; 5 ne convient pas car 36 n'est pas dans la table de 5 (0,5 pt). Il y a donc 5 rectangles (0,5 pt). (1)
- b) $2 \times (1 + 36) = 74 \text{ cm}$; $2 \times (2 + 18) = 40 \text{ cm}$; $2 \times (3 + 12) = 30 \text{ cm}$; $2 \times (4 + 9) = 26 \text{ cm}$; $4 \times 6 = 24 \text{ cm}$. (1 pt) (1)
- c) Le carré de 6 cm de côté, avec 24 cm. (0,5 pt) (1)
- d) $0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$ (0,5 pt) : c'est le rectangle de 3 cm sur 12 cm (0,5 pt). (1)

Astuce — pour être sûr de n'oublier aucune solution, on teste les largeurs dans l'ordre et on s'arrête dès que largeur $\times$ largeur dépasse l'aire.

Exercice 4 – Problème — le déménagement*(4 pts)*

- a) En cm : $200 \div 40 = 5$ cartons en longueur, $160 \div 40 = 4$ en largeur, $120 \div 40 = 3$ en hauteur (1 pt) ; les divisions tombent juste, donc $5 \times 4 \times 3 = 60$ cartons (0,5 pt). (1,33333)
- b) $60 \times 18 = 1\,080$ kg > 800 kg : on ne peut pas tous les prendre (0,5 pt). $18 \times 44 = 792 \leq 800$ et $18 \times 45 = 810 > 800$ (0,5 pt), donc 44 cartons au maximum (0,5 pt). (1,33333)
- c) 1 min 30 s = 90 s ; $44 \times 90 = 3\,960$ s = 66 min = 1 h 6 min (0,5 pt) ; $8\text{ h }50 + 1\text{ h }6\text{ min} = 9\text{ h }56$ min, le chargement se termine à 9 h 56 (0,5 pt). (1,33333)

Piège — l'espace disponible n'est pas la seule contrainte : c'est la masse maximale qui limite le chargement, et un nombre de cartons s'arrondit toujours à l'entier inférieur.

Exercice 5 – Pour aller plus loin*(4 pts)*

- a) $1\text{ m}^2 = 100 \times 100 = 10\,000\text{ cm}^2$, donc 10 000 petits carrés (0,5 pt) ; alignés : $10\,000\text{ cm} = 100\text{ m}$ (0,5 pt). (1)
- b) $1\text{ m}^3 = 100 \times 100 \times 100 = 1\,000\,000\text{ cm}^3$, donc 1 000 000 petits cubes (0,5 pt) ; alignés : $1\,000\,000\text{ cm} = 10\,000\text{ m} = 10\text{ km}$ (0,5 pt). (1)
- c) Une semaine : $7 \times 24 = 168\text{ h}$; $168 \times 60 = 10\,080\text{ min}$; $10\,080 \times 60 = 604\,800\text{ s}$ (0,5 pt). Or $1\,000\,000 > 604\,800$, donc il faut plus d'une semaine (0,5 pt). (1)
- d) $1\,000\,000 = 16\,666 \times 60 + 40$: 16 666 min 40 s ; $16\,666 = 277 \times 60 + 46$: 277 h 46 min (0,5 pt) ; $277 = 11 \times 24 + 13$: 11 j 13 h. Durée : 11 j 13 h 46 min 40 s (0,5 pt). (1)

Astuce — pour convertir un grand nombre de secondes, on divise par 60, puis encore par 60, puis par 24 : chaque reste donne l'unité plus petite.