

Corrigé et barème – fractions et pourcentages — niveau



Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Enquête — Toutes les solutions

(4 pts)

- a) $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ et $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$. On cherche $\frac{n}{12}$ avec $3 < n < 8$, soit $n = 4 ; 5 ; 6 ; 7$. Solutions : $\frac{4}{12} ; \frac{5}{12} ; \frac{6}{12} ; \frac{7}{12}$. (1 pt pour les conversions + 0,5 pt pour la liste complète) (1,33333)
- b) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (on divise par 4) et $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (on divise par 6). $\frac{5}{12}$ et $\frac{7}{12}$ ne se simplifient pas : 5 et 7 n'ont pas de diviseur commun avec 12 autre que 1. (1 pt) (1,33333)
- c) $3 \times \frac{n}{8} = \frac{3 \times n}{8}$, et cette fraction est inférieure à $1 = \frac{8}{8}$ quand $3 \times n < 8$. Or $3 \times 1 = 3$ et $3 \times 2 = 6$ conviennent, mais $3 \times 3 = 9 > 8$ (et c'est pire au-delà). Solutions : $n = 1$ et $n = 2$ (on obtient $\frac{3}{8}$ et $\frac{6}{8}$). (1 pt pour le raisonnement + 0,5 pt pour les deux solutions) (1,33333)

Méthode — pour trouver toutes les fractions entre deux bornes, on écrit les bornes avec le dénominateur imposé : il ne reste qu'à lister les numérateurs entiers compris entre les deux.

Exercice 2 – Corriger une copie

(4 pts)

- a) L'élève a ajouté les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Il faut un même dénominateur : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, donc $\frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$. Contrôle : $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ est plus petit que $\frac{3}{4}$, impossible pour une somme. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- b) L'élève a multiplié aussi le dénominateur par 5. On ne multiplie que le numérateur : $5 \times \frac{2}{7} = \frac{10}{7}$. Contrôle : $\frac{10}{35} = \frac{2}{7}$, comme si l'on n'avait rien multiplié. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) 20 % signifie $\frac{20}{100}$ et non « diviser par 20 ». $\frac{20}{100} \times 45 = 0,2 \times 45 = 9$ (ou 10 % de 45 vaut 4,5, donc 20 % vaut 9). (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) La fraction $\frac{2}{5}$ est le quotient $2 \div 5$, et non un nombre formé du numérateur et du dénominateur. $2 \div 5 = 0,4$, donc $\frac{2}{5} = 0,4$. Contrôle : $\frac{2}{5}$ est plus petit que 1, donc 2,5 est impossible. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Astuce — comparer le résultat à 1 ou aux nombres de départ démasque beaucoup d'erreurs : une somme de fractions positives est plus grande que chacune d'elles, et une fraction dont le numérateur est plus petit que le dénominateur est inférieure à 1.

Exercice 3 – Comparer sans se tromper

(4 pts)

- a) En douzièmes : $\frac{7}{6} = \frac{14}{12}$; $1 = \frac{12}{12}$; $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$. On compare 14, 5, 12, 9, 11 : $\frac{5}{12} < \frac{3}{4} < \frac{11}{12} < 1 < \frac{7}{6}$. (1 pt pour les conversions + 0,5 pt pour le rangement) (1,33333)
- b) $3 + \frac{1}{10} = \frac{30}{10} + \frac{1}{10} = \frac{31}{10}$ et $\frac{17}{5} = \frac{34}{10}$. Comme $34 > 31$: $\frac{17}{5} > 3 + \frac{1}{10}$. (En décimaux : $3,4 > 3,1$.) (1 pt) (1,33333)
- c) $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ et $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$. Le numérateur doit être strictement entre 12 et 14 : seul 13 convient. Il y a une seule solution : $\frac{13}{20}$. (1 pt pour les conversions + 0,5 pt pour la réponse unique justifiée) (1,33333)

Piège — « toutes les solutions » peut vouloir dire une seule : il faut justifier qu’aucune autre ne convient, ici parce qu’un seul entier se trouve entre 12 et 14.

Exercice 4 – Problème — Les activités du collège

(5 pts)

- a) $480 \div 8 = 60$, puis $60 \times 3 = 180$. 180 élèves font du sport. (1 pt) (1,25)
- b) Musique : 25 % est le quart : $480 \div 4 = 120$ élèves. Théâtre : 10 % de 480 vaut 48, donc 5 % vaut $48 \div 2 = 24$ élèves. (0,5 pt + 0,5 pt) (1,25)
- c) $25 \% = \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, donc $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ (non simplifiable). Vérification : $180 + 120 = 300$ et $\frac{5}{8}$ de 480 vaut $60 \times 5 = 300$. (1 pt) (1,25)
- d) 1re méthode : élèves sans activité : $480 - 180 - 120 - 24 = 156$; proportion $\frac{156}{480} = 156 \div 480 = 0,325 = 32,5 \%$. 2e méthode : $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0,375 = 37,5 \%$; activités : $37,5 \% + 25 \% + 5 \% = 67,5 \%$; sans activité : $100 \% - 67,5 \% = 32,5 \%$. (1 pt par méthode) (1,25)

Erreur fréquente — on ne peut pas ajouter directement une fraction et un pourcentage ($\frac{3}{8} + 25 \%$) : on écrit d’abord tout sous la même forme (fractions de même dénominateur, ou pourcentages).

Exercice 5 – Défi — La recette

(3 pts)

- a) 12 personnes, c’est 3 fois 4 personnes : $3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ L, soit $9 \div 4 = 2,25$ L. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- b) Une bouteille contient $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ L. 4 bouteilles font $\frac{8}{4} = 2$ L, ce qui est moins que $\frac{9}{4}$ L ; 5 bouteilles font $\frac{10}{4} = 2,5$ L, ce qui suffit. Il faut au minimum 5 bouteilles. (1 pt ; 0 pour « 4,5 bouteilles ») (1)
- c) Lait acheté en trop : $\frac{10}{4} - \frac{9}{4} = \frac{1}{4}$ L. La dernière bouteille contient $\frac{2}{4}$ L ; il en reste $\frac{1}{4}$ L, c’est-à-dire la moitié de la bouteille : il reste $\frac{1}{2}$ de la dernière bouteille. (1 pt) (1)

Piège — on achète des bouteilles entières : quand le calcul donne 4,5 bouteilles, la réponse est 5, et il faut bien distinguer « ce qui reste en litres » de « la fraction de la bouteille qui reste ».