

Devoir surveillé – droites, cercles, angles et symétrie axiale

— niveau ★★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Recherche — Combien de points ?

(4 pts)

A et B sont deux points tels que $AB = 5$ cm. Pour chaque question, trouve TOUS les points qui conviennent, dis combien il y en a et justifie (aide-toi d'une figure tracée au compas).

- Les points situés à 3 cm de A et à 4 cm de B .
- Les points situés à 3 cm de A et à 2 cm de B .
- Les points situés à 1 cm de A et à 3 cm de B .
- Les points situés à la même distance de A et de B , et à 4 cm de A .

Exercice 2 – Corriger une copie

(4 pts)

Énoncé : « $[Ox)$ et $[Oy)$ sont deux demi-droites opposées. $[Oz)$ est une demi-droite telle que l'angle $\widehat{xOz}$ mesure 64° . $[Ou)$ est la bissectrice de $\widehat{xOz}$ et $[Ov)$ celle de $\widehat{zOy}$. Calcule $\widehat{uOv}$. » Copie de Léo — ligne 1 : $\widehat{zOy} = 180^\circ - 64^\circ = 126^\circ$; ligne 2 : $\widehat{zOv} = 126^\circ \div 2 = 63^\circ$; ligne 3 : $\widehat{xOu} = 64^\circ \times 2 = 128^\circ$; ligne 4 : $\widehat{uOv} = 63^\circ + 128^\circ = 191^\circ$, c'est un angle obtus.

- Trouve l'erreur de calcul de Léo et corrige les lignes 1 et 2.
- Quelle erreur de raisonnement Léo fait-il à la ligne 3 ? Corrige-la.
- Calcule correctement la mesure de l'angle $\widehat{uOv}$ en expliquant pourquoi on peut additionner, puis donne sa nature. Pourquoi la conclusion de Léo était-elle impossible ?
- Refais le calcul de $\widehat{uOv}$ quand $\widehat{xOz}$ mesure 100° . Que remarques-tu ? Explique pourquoi cela arrive toujours, et déduis-en la position des droites (Ou) et (Ov) .

Exercice 3 – Problème — Le trésor

(4 pts)

Deux arbres A et B sont à 10 m l'un de l'autre. Un trésor T est enterré à la même distance des deux arbres, à 13 m de l'arbre A . On note I le milieu de $[AB]$. Un puits P est le symétrique de T par rapport à la droite (AB) .

- Sur quelle droite se trouve le trésor ? Construis le point T à l'échelle 1 cm pour 2 m, en expliquant chaque étape (on choisit T au-dessus de (AB)).
- Calcule les distances réelles PA et PB . Justifie.
- Montre que les points T , I et P sont alignés.
- Sur la figure à l'échelle, on mesure $TI = 6$ cm. Quelle est la distance réelle entre le trésor et le puits ? Justifie.

Exercice 4 – Vrai ou faux ? Justifie**(4 pts)**

Pour chaque affirmation, réponds « vrai » ou « faux » et justifie : par une propriété du cours si c'est vrai, par un contre-exemple (figure ou nombres) si c'est faux.

- a) « Si un point M vérifie $MA = MB$, alors M est le milieu de $[AB]$. »
- b) « La bissectrice d'un angle obtus le partage toujours en deux angles aigus. »
- c) « Un cercle a exactement deux axes de symétrie : un diamètre horizontal et un diamètre vertical. »
- d) « Si $(a) \parallel (b)$, $(c) \perp (a)$ et $(e) \perp (b)$, alors (c) et (e) sont parallèles. »

Exercice 5 – Raisonner sans mesurer**(4 pts)**

La droite (d) passe par le point O ; $[Oz)$ est une demi-droite portée par (d) et $[Ow)$ est la demi-droite opposée. Une demi-droite $[Ox)$ fait avec $[Oz)$ un angle de 35° . On construit $[Oy)$, symétrique de $[Ox)$ par rapport à (d) .

- a) Donne la mesure de l'angle $\widehat{zOy}$, puis montre que $[Oz)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.
- b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{xOw}$ et donne sa nature.
- c) M est le point de $[Ox)$ tel que $OM = 4$ cm, et M' est son symétrique par rapport à (d) . Où se trouve M' et que vaut OM' ? Justifie.
- d) N est un autre point de $[Ox)$ et N' son symétrique par rapport à (d) . Quelle est la position des droites (MM') et (NN') ? Justifie.

Bon courage !