

Corrigé et barème – droites, cercles, angles et symétrie axiale — niveau ★★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Recherche — Combien de points ?

(4 pts)

- a) Ces points sont à la fois sur le cercle de centre A et de rayon 3 cm et sur le cercle de centre B et de rayon 4 cm. En les traçant, on voit que les deux cercles se coupent en 2 points, situés de part et d'autre de la droite (AB) . Il y a 2 points. (1 pt : 0,5 les deux cercles + 0,5 deux points) (1)
- b) $3 + 2 = 5 = AB$: le point M du segment $[AB]$ tel que $AM = 3$ cm convient, car $MB = 5 - 3 = 2$ cm. Les deux cercles se touchent seulement en ce point (en dehors de $[AB]$, ils ne se rencontrent pas) : il y a 1 seul point. (1 pt : 0,5 le point M + 0,5 un seul point) (1)
- c) Sur $[AB]$, le cercle de centre A s'arrête à 1 cm de A , et le cercle de centre B à 3 cm de B , c'est-à-dire à 2 cm de A : le petit cercle est entièrement en dehors du disque de centre B . Son point le plus proche de B est à $5 - 1 = 4$ cm de B , plus que 3 cm. Les cercles ne se coupent pas : aucun point. (1 pt : 0,5 réponse + 0,5 justification) (1)
- d) À égale distance de A et de B : sur la médiatrice de $[AB]$. À 4 cm de A : sur le cercle de centre A et de rayon 4 cm. Le milieu I de $[AB]$ est sur la médiatrice, à 2,5 cm de A , donc à l'intérieur de ce disque ($2,5 < 4$) : la médiatrice traverse le cercle en 2 points, un de chaque côté de (AB) . Chacun est à 4 cm de A et de B . Il y a 2 points. (1 pt : 0,5 les deux lignes + 0,5 deux points justifiés) (1)

Méthode — chaque condition de distance correspond à une ligne (un cercle, une médiatrice) : on trace ces lignes et on compte leurs points communs, sans oublier ceux situés de l'autre côté de (AB) .

Exercice 2 – Corriger une copie

(4 pts)

- a) $180 - 64 = 116$ et non 126. Ligne 1 : $\widehat{zOy}$ mesure 116° (angle plat partagé en deux angles côte à côte). Ligne 2 : $\widehat{zOv}$ mesure $116 \div 2 = 58$, soit 58° . (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) La bissectrice partage l'angle en deux angles égaux : il faut diviser par 2, pas multiplier. $\widehat{xOu}$ et $\widehat{uOz}$ mesurent chacun $64 \div 2 = 32$, soit 32° . (1 pt : 0,5 erreur expliquée + 0,5 correction) (1)
- c) $[Oz]$ est entre $[Ou]$ et $[Ov]$ (l'une est dans l'angle $\widehat{xOz}$, l'autre dans $\widehat{zOy}$), donc les angles $\widehat{uOz}$ et $\widehat{zOv}$ sont côte à côte : $\widehat{uOv}$ mesure $32 + 58 = 90$, soit 90° ; c'est un angle droit. Le 191° de Léo était impossible : un angle obtus mesure moins de 180° , et ici l'angle est compris dans l'angle plat $\widehat{xOy}$. (1 pt : 0,5 calcul justifié + 0,5 nature et critique) (1)
- d) Avec 100° : $\widehat{zOy}$ mesure 80° , $\widehat{uOz}$ mesure 50° et $\widehat{zOv}$ mesure 40° , donc $\widehat{uOv}$ mesure 90° encore. C'est toujours le cas : $\widehat{uOv}$ est la moitié de $\widehat{xOz}$ plus la moitié de $\widehat{zOy}$, c'est-à-dire la moitié de leur somme, qui vaut 180° . Donc $\widehat{uOv}$ mesure toujours 90° : les droites (Ou) et (Ov) sont perpendiculaires. (1 pt : 0,5 calcul + 0,5 explication et perpendiculaires) (1)

Erreur fréquente — ne pas contrôler la vraisemblance : un angle obtus mesure entre 90° et 180° , donc un résultat de 191° doit alerter. Vérifier la nature d'un angle aide à repérer une erreur de calcul.

Exercice 3 – Problème — Le trésor

(4 pts)

- a) $TA = TB$, donc T est sur la médiatrice de $[AB]$. À l'échelle : $AB = 10 \div 2 = 5$ cm et $TA = 13 \div 2 = 6,5$ cm. On trace $[AB]$ de 5 cm, on construit sa médiatrice au compas, puis un arc de cercle de centre A et de rayon 6,5 cm : son point d'intersection avec la médiatrice, au-dessus de (AB) , est T . (1 pt : 0,5 médiatrice + 0,5 construction à l'échelle) (1)
- b) A est sur l'axe (AB) , il est son propre symétrique ; la symétrie conserve les longueurs, donc $PA = TA = 13$ m. De même, B est sur l'axe, donc $PB = TB$, et $TB = TA = 13$ m car T est sur la médiatrice de $[AB]$. Donc $PA = PB = 13$ m. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- c) $PA = PB$, donc P est sur la médiatrice de $[AB]$, comme T . Cette médiatrice passe aussi par le milieu I . Les trois points T , I et P sont donc sur une même droite : ils sont alignés. (1 pt : 0,5 P sur la médiatrice + 0,5 conclusion) (1)
- d) Distance réelle : $TI = 6 \times 2 = 12$ m. Comme P est le symétrique de T par rapport à (AB) , la droite (AB) est la médiatrice de $[TP]$: elle coupe $[TP]$ en son milieu, et ce point est I (il est sur (AB) et sur (TP)). Donc $TP = 2 \times 12 = 24$ m. (1 pt : 0,5 échelle + 0,5 milieu justifié) (1)

Astuce — un point de l'axe est son propre symétrique : c'est ce qui permet de transporter les longueurs TA et TB jusqu'au puits sans rien mesurer.

Exercice 4 – Vrai ou faux ? Justifie

(4 pts)

- a) Faux. Contre-exemple : $AB = 4$ cm et M un point d'intersection des cercles de centres A et B de rayon 3 cm. Alors $MA = MB = 3$ cm, mais M n'est pas sur $[AB]$ (sinon on aurait $AB = 3 + 3 = 6$ cm). M est seulement sur la médiatrice de $[AB]$. (1 pt : 0,5 faux + 0,5 contre-exemple) (1)
- b) Vrai. Un angle obtus mesure moins de 180° ; la bissectrice donne deux angles égaux à sa moitié, donc de mesure inférieure à $180 \div 2 = 90$ degrés : ce sont deux angles aigus. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- c) Faux. Toute droite qui porte un diamètre est un axe de symétrie du cercle : en pliant le long de n'importe quel diamètre, les deux moitiés se superposent. Un cercle a une infinité d'axes de symétrie. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) Vrai. (a) $\parallel$ (b) et (c) $\perp$ (a) : si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre, donc (c) $\perp$ (b). Puis (c) $\perp$ (b) et (e) $\perp$ (b) : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles, donc (c) $\parallel$ (e). (1 pt : 0,5 par étape) (1)

Piège — un seul contre-exemple suffit pour montrer qu'une affirmation est fautive, mais un exemple qui marche ne prouve pas qu'elle est vraie : il faut alors une propriété du cours.

Exercice 5 – Raisonner sans mesurer

(4 pts)

- a) O et $[Oz)$ sont sur l'axe, donc l'angle $\widehat{zOy}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{zOx}$; la symétrie conserve les angles : $\widehat{zOy}$ mesure 35° . $[Ox)$ et $[Oy)$ sont de part et d'autre de (d) , donc $[Oz)$ est entre elles et partage $\widehat{xOy}$ (70°) en deux angles égaux de 35° : $[Oz)$ est sa bissectrice. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) $[Oz)$ et $[Ow)$ sont opposées : l'angle $\widehat{zOw}$ est plat. Donc $\widehat{xOw}$ mesure $180 - 35 = 145$, soit 145° : c'est un angle obtus. (1 pt : 0,5 calcul + 0,5 nature) (1)
- c) Le symétrique de la demi-droite $[Ox)$ est $[Oy)$, donc M' est sur $[Oy)$. O est sur l'axe, il est son propre symétrique, et les longueurs sont conservées : $OM' = OM = 4$ cm. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) (d) est la médiatrice de $[MM']$, donc $(MM') \perp (d)$; de même (d) est la médiatrice de $[NN']$, donc $(NN') \perp (d)$. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles : $(MM') \parallel (NN')$. (1 pt : 0,5 les deux perpendiculaires + 0,5 propriété) (1)

Méthode — l'axe de symétrie est la médiatrice de chaque segment qui joint un point à son symétrique : tous ces segments sont perpendiculaires à l'axe, donc parallèles entre eux.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).