

Corrigé et barème – droites, cercles, angles et symétrie axiale — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Problème — Le jardin rond

(5 pts)

- a) $[AB]$ passe par le centre O et ses extrémités sont sur le bord : c'est un diamètre, donc $AB = 24$ m. O est le milieu de ce diamètre, donc $OA = 24 \div 2 = 12$ m (c'est le rayon). (1 pt : 0,5 diamètre reconnu + 0,5 calcul) (1,25)
- b) Le massif est sur l'allée, à 1,5 m du bord, donc à $12 - 1,5 = 10,5$ m de O . Comme $10,5 > 9$, il est hors de la zone arrosée : il n'est pas arrosé. (1 pt : 0,5 calcul de la distance + 0,5 conclusion) (1,25)
- c) A , O et B sont alignés avec O entre A et B : l'angle $\widehat{AOB}$ est plat (180°). Les angles $\widehat{AOT}$ et $\widehat{TOB}$ sont côte à côte, donc $\widehat{TOB}$ mesure $180 - 72 = 108$, soit 108° . C'est un angle obtus. (1,5 pt : 0,5 angle plat + 0,5 calcul + 0,5 nature) (1,25)
- d) La bissectrice partage $\widehat{TOB}$ en deux angles égaux : $\widehat{TOR}$ mesure $108 \div 2 = 54$, soit 54° . $[OT]$ est entre $[OA]$ et $[OR]$, donc $\widehat{AOR}$ mesure $72 + 54 = 126$, soit 126° . (1,5 pt : 0,5 + 1) (1,25)

Méthode — dès que trois points sont alignés avec le sommet de l'angle au milieu, pense à l'angle plat : deux angles côte à côte qui le composent ont des mesures dont la somme vaut 180° .

Exercice 2 – Qui a raison ?

(4 pts)

- a) Lou a tort : une droite est illimitée, elle ne s'arrête pas au bord de la feuille. Les deux droites peuvent se couper plus loin. Pour prouver qu'elles sont parallèles, il faut une propriété, par exemple montrer qu'elles sont perpendiculaires à une même droite. (1 pt : 0,5 réponse + 0,5 justification) (1)
- b) Noé a raison : l'angle obtenu mesure $90 + 89 = 179$, soit 179° , qui est compris entre 90° et 180° ; c'est un angle obtus (presque plat, mais pas plat). (1 pt : 0,5 calcul + 0,5 conclusion) (1)
- c) Inès a raison : la symétrie axiale conserve les longueurs, quelle que soit la position du segment par rapport à l'axe (même s'il le coupe). (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) Sam a tort : dans un disque, le plus long segment possible est un diamètre, qui mesure $4 \times 2 = 8$ cm. Comme $9 > 8$, un segment de 9 cm ne tient pas dans ce disque. (1 pt : 0,5 diamètre = 8 cm + 0,5 conclusion) (1)

Piège — ce qu'on voit sur la feuille ne suffit pas : des droites qui semblent ne pas se couper peuvent se couper plus loin. On justifie toujours par une propriété, jamais par l'impression visuelle.

Exercice 3 – Construire puis justifier

(4 pts)

- a) La médiatrice passe par le milieu de $[AB]$: $AI = 8 \div 2 = 4$ cm. Elle est perpendiculaire à $[AB]$: l'angle mesure 90° , c'est un angle droit. (1 pt : 0,5 tracé correct + 0,5 pour les deux réponses) (1)
- b) $CA = CB$: C est sur la médiatrice de $[AB]$, et tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance de ses extrémités. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- c) (AB) est perpendiculaire à (d) (médiatrice) et (p) est perpendiculaire à (d) : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. Donc (p) est parallèle à (AB) . (1 pt : 0,5 conclusion + 0,5 propriété) (1)
- d) On mesure $CA = 5$ cm, donc $CB = 5$ cm aussi. Périmètre : $5 + 5 + 8 = 18$ cm. (1 pt : 0,5 mesure à 1 mm près + 0,5 périmètre) (1)

Astuce — pour justifier que deux droites sont parallèles, cherche une droite à laquelle elles sont toutes les deux perpendiculaires : ici, la médiatrice joue ce rôle.

Exercice 4 – Symétrie d'un quadrilatère*(4 pts)*

- a) D est sur l'axe, il est son propre symétrique : $D' = D$. La symétrie conserve les longueurs : $A'D' = AD = 5$ cm. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) Les longueurs sont conservées, donc le périmètre aussi : $3,5 + 4,2 + 2,8 + 5 = 15,5$ cm. (1 pt : 0,5 conservation + 0,5 calcul) (1)
- c) La symétrie conserve les angles : $\widehat{A'B'C'}$ mesure 110° . C'est un angle obtus (entre 90° et 180°). (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) B' est le symétrique de B , donc (d) est la médiatrice de $[BB']$: elle est perpendiculaire à $[BB']$ en son milieu H . La distance de B à (d) est donc $BH = 6,4 \div 2 = 3,2$ cm. (1 pt : 0,5 médiatrice + 0,5 calcul) (1)

Erreur fréquente — croire qu'un point de l'axe a un symétrique « de l'autre côté » : un point de l'axe ne bouge pas. Et l'axe est toujours la médiatrice du segment qui joint un point à son symétrique.

Exercice 5 – Problème — Le chenal*(3 pts)*

- a) Les points à égale distance de B_1 et de B_2 sont sur la médiatrice de $[B_1B_2]$: le bateau doit naviguer sur cette droite. (1 pt : 0,5 médiatrice + 0,5 justification) (1)
- b) La zone éclairée est le disque de centre P et de rayon 4 km. Comme $2,5 < 4$, le bateau est dans ce disque : il est éclairé. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- c) Sur la carte, on trace le cercle de centre P et de rayon 4 cm. La médiatrice passe par P (le milieu de $[B_1B_2]$), donc elle traverse ce cercle en 2 points, un de chaque côté de P . Il y a 2 points. (1 pt : 0,5 construction + 0,5 nombre justifié) (1)

Astuce — « à égale distance de deux points » fait penser à la médiatrice ; « à une distance donnée d'un point » fait penser au cercle. Les points cherchés sont à l'intersection des deux lignes.