

Devoir surveillé – Droites, angles, repérage et figures — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes justifiés

(3 pts)

Réponds en détaillant chaque calcul.

- a) Un triangle ABC est isocèle en A . Son périmètre vaut 23 cm et $BC = 7$ cm. Calcule AB .
- b) Sur une demi-droite graduée, on place $E(3,75)$ et $F(9,05)$. Calcule l'abscisse du milieu K de $[EF]$.
- c) Un angle $\widehat{xOy}$ mesure 147° et $[Ot]$ est sa bissectrice. Calcule $\widehat{xOt}$ et donne sa nature.

Exercice 2 – Recherche — un point au milieu

(4 pts)

Sur une demi-droite graduée d'origine O , on place $A(6)$ et $B(10)$. On cherche toutes les abscisses possibles d'un point C de cette demi-droite tel que l'un des trois points A , B , C soit le milieu du segment formé par les deux autres.

- a) Trouve l'abscisse de C lorsque C est le milieu de $[AB]$.
- b) Trouve l'abscisse de C lorsque A est le milieu de $[BC]$, puis lorsque B est le milieu de $[AC]$.
- c) Explique pourquoi il n'existe pas d'autre solution.
- d) On remplace $A(6)$ par $A(3)$, sans changer B . Combien de solutions obtient-on sur la demi-droite graduée ? Justifie.

Exercice 3 – Qui a raison ?

(4 pts)

Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie sans rien mesurer.

- a) Inès : « Le symétrique d'un angle de 35° par rapport à une droite est un angle de 35° . »
- b) Tom : « Les points $(1 ; 4)$, $(3 ; 4)$ et $(3 ; 1)$ sont alignés. »
- c) Lina : « Un triangle équilatéral a pour périmètre 19,5 cm. Le cercle de rayon 6,5 cm centré en l'un de ses sommets passe par les deux autres sommets. »
- d) Hugo : « Deux angles aigus côte à côte forment toujours un angle aigu. »

Exercice 4 – Problème — l’arrosage du terrain*(4 pts)*

Un terrain rectangulaire est dessiné dans un repère où une unité vaut 1 m. Ses coins sont $A(1 ; 1)$, $B(13 ; 1)$, $C(13 ; 8)$ et $D(1 ; 8)$. Un arroseur arrose un disque dont il occupe le centre.

- Quelles sont les coordonnées du centre F du terrain ?
- L’arroseur est placé en F . Quel est le plus petit rayon qui lui permet d’arroser le milieu de chacun des quatre côtés ?
- On veut au contraire que l’eau ne sorte jamais du terrain. Quel est le plus grand rayon possible pour l’arroseur placé en F ?
- On installe finalement deux arroseurs G et H de rayon 3,5 m, placés sur l’axe de symétrie horizontal du terrain, chacun arrosant jusqu’à trois côtés sans les dépasser. Donne leurs coordonnées et montre qu’ils sont symétriques par rapport à l’autre axe de symétrie du terrain.

Exercice 5 – Défi — deux symétries à la suite*(5 pts)*

Dans un repère, (d_1) est la droite verticale des points d’abscisse 3 et (d_2) celle des points d’abscisse 7.

Pour un point M , on construit M_1 , symétrique de M par rapport à (d_1) , puis M_2 , symétrique de M_1 par rapport à (d_2) .

- Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_2) ? Quelle distance les sépare ?
- Pour $A(1 ; 2)$, détermine les coordonnées de A_1 puis de A_2 , et calcule AA_2 .
- Même travail pour $B(4,5 ; 6)$.
- Émets une conjecture : comment passe-t-on directement de M à M_2 ? Relie ce résultat à la distance entre (d_1) et (d_2) .
- Démontre ta conjecture dans le cas où M_1 se trouve entre (d_1) et (d_2) . (Aide : découpe le trajet de M à M_2 en quatre morceaux.)

Bon courage !