

Corrigé et barème – Droites, angles, repérage et figures — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Vrai : si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles. (0,5 pt pour la réponse + 0,5 pt pour la propriété citée) (1)
- b) Faux : un rectangle de 5 cm sur 2 cm a bien quatre angles droits, mais ses quatre côtés ne sont pas égaux, ce n'est donc pas un losange. Seul un rectangle qui est un carré est aussi un losange. (0,5 pt + 0,5 pt pour le contre-exemple) (1)
- c) Vrai : les trois points ont la même abscisse 2, ils sont donc tous sur la droite verticale formée des points d'abscisse 2. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) Vrai : un angle obtus mesure moins de 180° , donc chacune de ses deux moitiés mesure moins de $180^\circ \div 2 = 90^\circ$: les deux angles obtenus sont aigus. Par exemple, 130° donne deux angles de 65° . (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Méthode — pour montrer qu'une affirmation générale est fausse, un seul contre-exemple suffit ; pour montrer qu'elle est vraie, un exemple ne suffit pas, il faut une propriété ou un raisonnement.

Exercice 2 – Symétrie dans un repère

(4 pts)

- a) A est à $6 - 2 = 4$ unités à gauche de (d) . Son symétrique est sur la même horizontale, à 4 unités à droite de (d) : abscisse $6 + 4 = 10$. Donc $A'(10 ; 3)$. (0,5 pt pour la distance à l'axe + 0,5 pt pour les coordonnées) (1)
- b) B est à $6 - 5 = 1$ unité à gauche de (d) , donc $B'(7 ; 7)$. C a pour abscisse 6 : il est sur (d) et il est son propre symétrique, $C' = C(6 ; 2)$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) E' est à $8,5 - 6 = 2,5$ unités à droite de (d) , donc E est à 2,5 unités à gauche, sur la même horizontale : abscisse $6 - 2,5 = 3,5$. Donc $E(3,5 ; 4)$. (1 pt) (1)
- d) La symétrie axiale conserve les longueurs et les mesures d'angles : $A'B' = AB$ et $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC}$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Piège — par rapport à une droite verticale, un point et son symétrique ont la même ordonnée : seule l'abscisse change, et un point de l'axe reste à sa place.

Exercice 3 – Enquête sur un quadrilatère

(4 pts)

- a) A et C ont la même ordonnée 4 : (AC) est horizontale. B et D ont la même abscisse 4 : (BD) est verticale, donc perpendiculaire à (AC) ; elle la coupe en $I(4 ; 4)$. $IB = 4 - 1 = 3$ et $ID = 7 - 4 = 3$: I est le milieu de $[BD]$. La droite (AC) est donc perpendiculaire à $[BD]$ en son milieu : B et D sont symétriques par rapport à (AC) . (0,5 pt pour la perpendicularité + 0,5 pt pour le milieu + 0,5 pt pour la conclusion) (1)
- b) A et C sont sur l'axe (AC) : ils sont leurs propres symétriques. Le symétrique de $[AB]$ est donc $[AD]$ et celui de $[CB]$ est $[CD]$. La symétrie conserve les longueurs : $AB = AD$ et $CB = CD$. (1 pt) (1)
- c) Dans la symétrie d'axe (BD) , B reste fixe et A a pour symétrique C : le symétrique de $[AB]$ est $[CB]$, donc $AB = CB$. Finalement $AB = AD = CB = CD$: les quatre côtés sont égaux, $ABCD$ est un losange. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) Un losange qui possède un angle droit est un carré : $ABCD$ serait un carré. (0,5 pt) (1)

Astuce — un axe de symétrie fournit des égalités de longueurs sans aucune mesure : c'est souvent le chemin le plus court pour reconnaître un losange.

Exercice 4 – Deux bissectrices

(4 pts)

- a) A , O et B sont alignés avec O entre A et B : $\widehat{AOB}$ est un angle plat, il mesure 180° . Donc $\widehat{COB} = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$, angle obtus. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- b) $\widehat{xOC} = 58^\circ \div 2 = 29^\circ$ et $\widehat{COy} = 122^\circ \div 2 = 61^\circ$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) $[OC]$ est entre $[Ox]$ et $[Oy]$: $\widehat{xOy} = 29^\circ + 61^\circ = 90^\circ$. L'angle est droit, donc les droites qui portent $[Ox]$ et $[Oy]$ sont perpendiculaires. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) $\widehat{COB} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$; $\widehat{xOC} = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$; $\widehat{COy} = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$; $\widehat{xOy} = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$. On retrouve un angle droit : les deux bissectrices semblent toujours perpendiculaires, car on additionne les moitiés de deux angles qui totalisent 180° , et la moitié de 180° vaut 90° . (0,5 pt pour les calculs + 0,5 pt pour la remarque) (1)

Erreur fréquente — oublier qu'un angle plat mesure 180° : dès que trois points sont alignés, on obtient un angle par différence avec 180° , sans rapporteur.

Exercice 5 – Problème — la course d'orientation

(4 pts)

- a) D et B_1 ont la même abscisse : $DB_1 = 9 - 1 = 8$ unités. B_1 et B_2 ont la même ordonnée : $B_1B_2 = 8 - 2 = 6$ unités. Total : $8 + 6 = 14$ unités, soit $14 \times 100 = 1\,400$ m. (0,5 pt pour les longueurs + 0,5 pt pour la conversion) (1)
- b) R a la même abscisse 2 que D et B_1 ; son ordonnée est à mi-chemin entre 1 et 9 : $1 + 8 \div 2 = 5$. Donc $R(2 ; 5)$. (1 pt) (1)
- c) R et Z ont la même ordonnée : $ZR = 5 - 2 = 3$ unités et $3 > 2,5$, donc R est hors de la zone. P et Z ont la même abscisse : $ZP = 9 - 5 = 4$ unités et $4 > 2,5$, donc P est aussi hors de la zone. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- d) T et Z ont la même abscisse : $ZT = 7,5 - 5 = 2,5$ unités, exactement le rayon. T est donc sur le cercle qui limite la zone. Distance réelle : $2,5 \times 100 = 250$ m. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Piège — une distance lue sur une carte est en unités : il faut la multiplier par l'échelle (ici 100 m par unité) avant de donner une réponse en mètres.