

Corrigé et barème – données, probabilités, proportionnalité et programmation — niveau ★★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 6^e

Exercice 1 – Recherche — Composer un sac

(4 pts)

- a) Un tiers de 12 : $12 \div 3 = 4$ jetons rouges (et 8 bleus). Vérification : $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) Les 4 rouges doivent représenter un quart des jetons : il faut $4 \times 4 = 16$ jetons en tout, donc ajouter $16 - 12 = 4$ jetons verts. (1 pt : 0,5 total + 0,5 réponse) (1)
- c) Il faut plus de rouges que de bleus, donc au moins 7 rouges (6 et 6 donnent la même chance), et au moins 1 bleu pour que ce ne soit pas certain, donc au plus 11 rouges. Solutions : 7 rouges et 5 bleus, 8 et 4, 9 et 3, 10 et 2, 11 et 1 : 5 compositions. (1 pt : 0,5 pour les bornes + 0,5 liste complète) (1)
- d) Il a tort : 20 rouges correspondent à la probabilité $\frac{1}{3}$ (un tiers de 60), mais une fréquence varie d'une série à l'autre. Obtenir 26 rouges ($\frac{26}{60}$) n'a rien d'impossible ; pour se faire une idée, il faudrait beaucoup plus de tirages, la fréquence se rapprochant alors de $\frac{1}{3}$. (1 pt : 0,5 fréquence $\neq$ probabilité + 0,5 argument du grand nombre de tirages) (1)

Méthode — pour une recherche « toutes les solutions », fixe d'abord les limites (ici au moins 7 rouges, au plus 11), puis écris la liste complète dans l'ordre pour n'en oublier aucune.

Exercice 2 – Corriger une copie

(4 pts)

- a) Le calcul est juste, mais l'unité est celle de la carte : $350\,000\text{ cm} = 3\,500\text{ m} = 3,5\text{ km}$. Les refuges sont à 3,5 km. (1 pt : 0,5 erreur d'unité + 0,5 conversion) (1)
- b) Ligne 2 : 60 min pour 4 km, donc $60 \div 4 = 15$ min pour 1 km (Max a confondu avec les 4 km). Ligne 3 : $3,5 \times 15 = 52,5$ min, soit 52 min 30 s. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- c) Sur une carte à $\frac{1}{50\,000}$, 1 cm représente 50 000 cm, deux fois plus qu'à $\frac{1}{25\,000}$: les distances sur la carte sont donc deux fois plus petites. $350\,000 \div 50\,000 = 7$: les refuges seraient à 7 cm, pas 28. (1 pt : 0,5 raisonnement + 0,5 résultat) (1)
- d) $9\text{ h }10\text{ min} + 52\text{ min }30\text{ s} = 9\text{ h }62\text{ min }30\text{ s} = 10\text{ h }2\text{ min }30\text{ s}$. Max arrive à 10 h 02 min 30 s. (1 pt : 0,5 addition + 0,5 conversion des minutes) (1)

Erreur fréquente — oublier que le calcul avec l'échelle donne un résultat dans l'unité de la carte : $14\text{ cm} \times 25\,000$ donne des centimètres, qu'il faut ensuite convertir en km.

Exercice 3 – Problème — Le défi Scratch*(4 pts)*

- a) Le lutin tourne de $360 \div 8 = 45$ degrés à chaque coin et trace 8 côtés de 30 pas : c'est un octogone régulier (polygone régulier à 8 côtés). Longueur : $8 \times 30 = 240$ pas. (1 pt : 0,5 figure + 0,5 longueur) (1)
- b) Il faut que 360 soit divisible par la réponse : 3 (120°), 4 (90°), 5 (72°), 6 (60°), 8 (45°), 9 (40°), 10 (36°) et 12 (30°) conviennent ; 7 et 11 ne conviennent pas, car 360 n'est pas divisible par 7 ni par 11. (1 pt : 0,5 si une seule valeur manque, 1 pour la liste complète justifiée) (1)
- c) La longueur vaut toujours $30 \times$ réponse : elle est proportionnelle au nombre de côtés (coefficient 30). L'angle ne l'est pas : pour 3 côtés il vaut 120° , pour 6 côtés 60° ; quand le nombre de côtés double, l'angle est divisé par 2 au lieu de doubler. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) Le lutin tourne de $180 \div 6 = 30$ degrés à chaque coin, soit $6 \times 30 = 180$ degrés en tout : un demi-tour seulement. On voit une ligne brisée de 6 segments de 30 pas, en forme d'arc, qui ne se referme pas. Parti vers la droite, le lutin finit orienté vers la gauche. (1 pt : 0,5 figure non fermée + 0,5 direction finale) (1)

Astuce — pour savoir si une figure se referme, additionne toutes les rotations du lutin : il faut obtenir exactement un tour complet, 360° .

Exercice 4 – Enquête — Le tableau incomplet*(4 pts)*

- a) Éléves de 5e : $40 - 24 = 16$. 5e échecs : $16 - 9 = 7$. 6e échecs : $15 - 7 = 8$. 6e théâtre : $24 - 8 = 16$. Théâtre en tout : $40 - 15 = 25$ (vérification : $16 + 9 = 25$). (1 pt : 0,5 pour un ordre de calcul correct + 0,5 tableau complet juste) (1)
- b) 8 élèves de 6e font des échecs, sur 40 : $P = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$. (1 pt) (1)
- c) On choisit seulement parmi les 25 élèves qui font du théâtre, dont 9 sont en 5e : $P = \frac{9}{25}$. (1 pt : 0,5 bon effectif total 25 + 0,5 fraction) (1)
- d) Pour 40 élèves, 8 ; pour 20 élèves (la moitié), 4 ; pour 60 élèves ($40 + 20$), $8 + 4 = 12$ élèves. (1 pt : 0,5 méthode + 0,5 résultat) (1)

Piège — quand on choisit « parmi ceux qui font du théâtre », le tirage ne se fait plus sur tout le club : le dénominateur devient l'effectif du théâtre, pas 40.

Exercice 5 – Vrai ou faux ? Justifie*(4 pts)*

- a) Faux : $\frac{7}{10}$ est la fréquence observée sur ces 10 lancers. Pour une pièce équilibrée, pile et face ont la même chance : la probabilité vaut $\frac{1}{2}$. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- b) Vrai : 1 cm représente 100 000 cm, c'est-à-dire 1 000 m, soit 1 km. (1 pt : 0,5 + 0,5 conversion) (1)
- c) Vrai : chaque effectif et l'effectif total sont multipliés par 2, donc chaque réponse représente la même fraction du total qu'avant ; chaque secteur garde la même part du disque. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)
- d) Faux : au temps 0, la hauteur vaut 5 cm et non 0 ; de plus $10 \div 10 = 1$ alors que $20 \div 30$ ne vaut pas 1 : les quotients ne sont pas égaux. Monter régulièrement ne suffit pas pour être proportionnel. (1 pt : 0,5 + 0,5) (1)

Erreur fréquente — croire que deux grandeurs qui augmentent régulièrement sont proportionnelles : il faut un quotient constant, et donc 0 pour 0.