Les triangles

Fiche méthode

(Mathématiques 5e · Espace et géométrie · Triangles)

La démarche pour un exercice sur les triangles

1. Je fais un croquis à main levée : les sommets, les longueurs, les angles connus et le codage de l'énoncé.

2. Je repère la question : une nature à lire sur le codage, un angle à calculer (somme 180°, triangle particulier), un triangle à tester (inégalité triangulaire) ou une construction (quelles données ?).

3. Je rédige : je cite la propriété utilisée, j'écris le calcul, puis je contrôle (somme des angles, figure).

Le réflexe — somme des angles 180°, angles à la base d'un isocèle égaux, plus grand côté comparé à la somme des deux autres : ce sont les trois réflexes du triangle.

Cas 1 · Rappels de 6e : nature, périmètre et construction

Réflexe — je lis le codage ou je compare les longueurs ; pour construire, le compas reporte une longueur depuis un point, l'équerre trace l'angle droit.

Exemple 1. PDV a $PD = PV = 4{,}9$ cm et $DV = 3{,}3$ cm. Donner sa nature et son périmètre.

Les deux côtés égaux partent de P : PDV est isocèle en P, de base $[DV]$.

Périmètre : $4{,}9 + 4{,}9 + 3{,}3 = 13{,}1$ cm.

Exemple 2. Construire EHN avec $EH = 5{,}6$ cm, $EN = 2{,}8$ cm et $HN = 4{,}3$ cm.

Je trace $[EH]$ de 5,6 cm. N est à 2,8 cm de E : arc de centre E et de rayon 2,8 cm.

N est à 4,3 cm de H : arc de centre H et de rayon 4,3 cm. N est à l'intersection des arcs.

Attention — l'arc de centre E a pour rayon EN, le côté qui part de E, et non HN.

Cas 2 · Calculer le troisième angle

Réflexe — troisième angle $= 180^\circ -$ (somme des deux angles connus), puis je vérifie que la somme des trois vaut 180°.

Exemple. Dans le triangle GHI, $\widehat{HGI} = 71^\circ$ et $\widehat{GHI} = 46^\circ$. Calculer $\widehat{GIH}$.

$71 + 46 = 117$.

$\widehat{GIH} = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$.

Contrôle : $71 + 46 + 63 = 180$.

Attention — $180 - (71 + 46)$ et non $180 - 71 + 46$: on retire la somme des deux angles.

Cas 3 · Angles d'un triangle particulier

Réflexe — isocèle : angle à la base $= (180 -$ angle principal$) \div 2$; rectangle : angle aigu $= 90 -$ l'autre ; équilatéral : 60°.

Exemple 1. IJK est isocèle en I avec $\widehat{JIK} = 28^\circ$. Calculer $\widehat{IJK}$.

Les angles à la base $\widehat{IJK}$ et $\widehat{IKJ}$ sont égaux.

Leur somme : $180 - 28 = 152$, donc $\widehat{IJK} = 152 \div 2 = 76^\circ$.

Exemple 2. XYZ est rectangle en X avec $\widehat{XYZ} = 57^\circ$. Calculer $\widehat{XZY}$.

Les angles aigus sont complémentaires : $\widehat{XZY} = 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$.

Attention — ne pas oublier de diviser par 2 : 152° est la somme des deux angles à la base.

Cas 4 · Le triangle existe-t-il ?

Réflexe — je compare le plus grand côté à la somme des deux autres : plus petit, il existe ; égal, points alignés ; plus grand, impossible.

Exemple. Peut-on construire un triangle de côtés 3,8 cm, 6,1 cm et 9,4 cm ?

Plus grand côté : 9,4 cm. Somme des deux autres : $3{,}8 + 6{,}1 = 9{,}9$ cm.
$9{,}4 < 9{,}9$: le triangle existe.

Attention — en cas d'égalité, il n'y a pas de vrai triangle : les trois points sont alignés.

Cas 5 · Construire un triangle

Réflexe — trois longueurs : compas ; deux longueurs et l'angle compris : rapporteur au sommet commun ; une longueur et deux angles : rapporteur aux deux extrémités.

Exemple. Construire ABC avec $AB = 5{,}5$ cm, $\widehat{BAC} = 36^\circ$ et $\widehat{ACB} = 81^\circ$.

L'angle en C n'est pas au bout de $[AB]$: $\widehat{ABC} = 180 - (36 + 81) = 63^\circ$.
Je trace $[AB]$, l'angle de 36° en A et l'angle de 63° en B : les deux demi-droites se coupent en C.

Attention — figure à main levée d'abord ; je laisse les arcs et les traits de construction apparents.

Les pièges

- Prendre pour rayon de l'arc de centre E la longueur du côté opposé à E : c'est le côté qui part de E qui compte.
- Nommer un angle avec une seule lettre ou mettre le sommet au bout : l'angle de sommet B est $\widehat{ABC}$.
- Oublier la division par 2 dans un triangle isocèle.
- Conclure « le triangle existe » en cas d'égalité, ou comparer un autre côté que le plus grand.
- Tracer un angle donné au mauvais sommet : il doit être entre les deux côtés qui le forment.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).