Proportionnalité : reconnaître, coefficient et graphique

Fiche méthode

(Mathématiques 5e · Proportionnalité, fonctions · Proportionnalité)

La démarche pour un problème de proportionnalité

1. Je vérifie. La situation est-elle proportionnelle ? Quotients égaux dans toutes les colonnes ; pas de montant fixe ni de tarif dégressif ; sur un graphique, points alignés avec l'origine.

2. Je range. Un tableau à deux lignes, chaque grandeur sur sa ligne, dans la même unité (cm et cm pour une échelle, heures décimales pour une vitesse).

3. Je calcule et je conclus. Lien simple entre les nombres : propriétés de linéarité. Sinon : passage à l'unité ou coefficient (prix unitaire, échelle, vitesse). Je réponds avec l'unité.

Le réflexe — le coefficient a une unité (€/kg, km/h) : la nommer évite de l'utiliser à l'envers ; le passage à l'unité marche dès que le coefficient est un nombre décimal.

Cas 1 · Reconnaître une situation de proportionnalité

Réflexe — je calcule le quotient « 2e ligne ÷ 1re ligne » dans toutes les colonnes ; je cherche un montant fixe ou un tarif dégressif.

Exemple 1. Le tableau $1{,}5 \to 4{,}2$; $4 \to 11{,}2$; $6 \to 16{,}8$ est-il un tableau de proportionnalité ?

$4{,}2 \div 1{,}5 = 2{,}8$; $11{,}2 \div 4 = 2{,}8$; $16{,}8 \div 6 = 2{,}8$.

Tous les quotients sont égaux : tableau de proportionnalité, de coefficient 2,8.

Exemple 2. Trottinette : 1 € pour la déverrouiller, puis 0,25 € la minute. Le prix est-il proportionnel à la durée ?

10 min : $1 + 10 \times 0{,}25 = 3{,}5$ €. 20 min : $1 + 20 \times 0{,}25 = 6$ €, et non $2 \times 3{,}5 = 7$ €.

Non : le montant fixe de 1 € casse la proportionnalité.

Attention — deux grandeurs qui augmentent ensemble ne sont pas forcément proportionnelles.

Cas 2 · Compléter un tableau de proportionnalité

Réflexe — je cherche un lien simple entre les nombres de la 1re ligne (double, moitié, somme) ; sinon, je passe par l'unité.

Exemple. 5 baguettes coûtent 6,50 €. Combien coûtent 15 baguettes ? 8 baguettes ?

$15 = 5 \times 3$, donc $6{,}50 \times 3 = 19{,}50$ €.

Pour 8 : $6{,}50 \div 5 = 1{,}30$ € la baguette, puis $8 \times 1{,}30 = 10{,}40$ €.

Attention — on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes : on multiplie, on divise, ou on additionne deux colonnes.

Cas 3 · Utiliser une échelle

Réflexe — échelle $1/n$: réel = plan $\times n$; plan = réel $\div n$, les deux longueurs en cm.

Exemple 1. Carte à l'échelle $1/200\,000$. Que représentent 3,5 cm ? Combien mesure une route droite de 12 km sur la carte ?

$3{,}5 \times 200\,000 = 700\,000$ cm, soit 7 km.

12 km $= 1\,200\,000$ cm, puis $1\,200\,000 \div 200\,000 = 6$ cm.

Exemple 2. Sur un plan, 5 cm représentent 40 m. Quelle est l'échelle ?

40 m = 4 000 cm, puis 4 000 ÷ 5 = 800 : l'échelle est 1/800.

Attention — à $1/n$, 1 cm représente n **cm** (pas n m). Une échelle 8 : 1 est un agrandissement : réel = dessin ÷8.

Cas 4 · Calculer une vitesse moyenne

Réflexe — j'écris la durée en heures décimales ; vitesse = distance ÷ durée, distance = vitesse × durée.

Exemple. Un scooter parcourt 36 km en 45 min. Quelle est sa vitesse moyenne ?

45 min = 0,75 h, donc 36 ÷ 0,75 = 48 km/h.
Autre méthode : 36 km en 45 min, c'est 12 km en 15 min, donc 48 km en 60 min.

Attention — 1 h 30 min = 1,5 h, et non 1,30 h.

Cas 5 · Lire un graphique de proportionnalité

Réflexe — points alignés **et** droite qui passe par l'origine : proportionnalité ; le coefficient est l'ordonnée du point d'abscisse 1.

Exemple. Une droite passe par l'origine et par le point (5 ; 12). Quel est le coefficient ? Quelle est l'ordonnée du point d'abscisse 8 ?

12 ÷ 5 = 2,4 : le coefficient est 2,4.
Ordonnée : 8 × 2,4 = 19,2.

Attention — une droite qui ne passe pas par l'origine traduit un montant fixe : ce n'est pas de la proportionnalité.

Les pièges

- Conclure après une seule colonne : il faut vérifier toutes les colonnes.
- Ajouter le même nombre aux deux lignes : on multiplie, on divise, ou on additionne deux colonnes.
- Diviser des km par n : on convertit d'abord la distance réelle en cm.
- Écrire 1 h 30 min = 1,30 h : c'est 1,5 h.
- Croire qu'une droite traduit toujours une proportionnalité : elle doit passer par l'origine.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).