Parallélogrammes : définition, propriétés et construction

Fiche méthode

(Mathématiques 5e · Espace et géométrie · Parallélogrammes)

La démarche pour un exercice sur le parallélogramme

1. Je fais un croquis à main levée : les sommets dans l'ordre, les longueurs, les angles et le codage de l'énoncé.

2. Je repère la question. On me dit que c'est un parallélogramme : j'utilise ses **propriétés**. On me demande de le prouver : je cherche une **propriété caractéristique**.

3. Je rédige en trois temps : on sait que… ; or (la propriété) ; donc (la conclusion).

Le réflexe — côtés opposés de même longueur, angles opposés égaux, diagonales de même milieu : ce sont les trois réflexes du parallélogramme.

Cas 1 · Utiliser les propriétés

Réflexe — côté opposé : même longueur ; angle opposé : même mesure ; angle consécutif : 180° moins l'angle connu ; diagonale : son milieu est le centre O.

Exemple. $IJKL$ est un parallélogramme de centre O : $IJ = 4{,}6$ cm, $JK = 2{,}9$ cm, $\widehat{LIJ} = 58^\circ$ et $IK = 6{,}8$ cm. Trouver KL, LI, $\widehat{JKL}$, $\widehat{IJK}$ et OI.

Côtés opposés : $KL = IJ = 4{,}6$ cm et $LI = JK = 2{,}9$ cm.

Angle opposé : $\widehat{JKL} = 58^\circ$; angle consécutif : $\widehat{IJK} = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$.

O est le milieu de $[IK]$: $OI = 6{,}8 \div 2 = 3{,}4$ cm.

Attention — $\widehat{IJK}$ n'est pas égal à $\widehat{LIJ}$: ces angles sont consécutifs, pas opposés.

Cas 2 · Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Réflexe — je cherche une des quatre propriétés caractéristiques dans les données, puis je rédige : on sait que… ; or… ; donc…

Exemple 1. Les diagonales de $RSTU$ se coupent en V, avec $VR = VT = 2{,}5$ cm et $VS = VU = 4$ cm. Démontrer que $RSTU$ est un parallélogramme.

On sait que V est le milieu de $[RT]$ et de $[SU]$, les diagonales de $RSTU$.

Or si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme.

Donc $RSTU$ est un parallélogramme.

Exemple 2. $JKLM$ est non croisé, avec $JK = LM = 3{,}3$ cm et $KL = MJ = 5{,}1$ cm.

Ses côtés opposés ont la même longueur deux à deux : $JKLM$ est un parallélogramme.

Attention — on cite la propriété dans le bon sens : « si un quadrilatère a…, alors c'est un parallélogramme ».

Cas 3 · Construire un parallélogramme

Réflexe — trois sommets connus : je place le quatrième au compas, avec les longueurs des côtés opposés ; diagonales connues : je pars de leur milieu commun.

Exemple. A, B, C sont placés, avec $AB = 4{,}8$ cm et $BC = 3{,}7$ cm. Placer D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Arc de centre A et de rayon $BC = 3{,}7$ cm ; arc de centre C et de rayon $AB = 4{,}8$ cm.

D est leur point d'intersection situé de l'autre côté de (AC) par rapport à B.

Attention — je laisse les arcs de construction apparents et je vérifie à la fin que les côtés opposés semblent bien parallèles.

Les pièges

- Confondre côtés opposés et consécutifs : dans $ABCD$, $[AB]$ est opposé à $[DC]$, pas à $[BC]$.
- Croire que les diagonales d'un parallélogramme ont toujours la même longueur ou sont perpendiculaires.
- Conclure « parallélogramme » avec une seule paire de côtés parallèles : c'est peut-être un trapèze.
- Se tromper de rayon au compas : depuis A, le rayon est BC, la longueur du côté opposé à $[AD]$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).