Corrigé et barème – Parallélogrammes : définition, propriétés et construction

Définir le parallélogramme, connaître les propriétés de ses côtés, de ses angles et de ses diagonales (centre de symétrie), le reconnaître grâce à une propriété caractéristique et le construire au compas, à l'équerre ou avec ses diagonales.

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Utiliser les propriétés du parallélogramme ★★ *(4 pts)*

a) $CD = AB = 7{,}5$ cm et $AD = BC = 4{,}2$ cm : les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur. (1)

b) $2 \times (7{,}5 + 4{,}2) = 23{,}4$ cm. (1)

c) $\widehat{ABC} = 180° - 123° = 57°$ (angles consécutifs), $\widehat{BCD} = 123°$ (opposé à $\widehat{DAB}$), $\widehat{CDA} = 57°$. (1)

d) $OB = 9 \div 2 = 4{,}5$ cm, car O est le milieu de la diagonale $[BD]$. (1)

Repère — Opposé : même mesure ; consécutif : on complète à $180°$; diagonale : on prend la moitié.

Exercice 2 – Reconnaître un parallélogramme ★★ *(4 pts)*

a) Oui : S est le milieu de $[WY]$ et de $[XZ]$; un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme. (1)

b) Oui : ses côtés opposés ont la même longueur deux à deux. (1)

c) Non : dans un parallélogramme, les côtés opposés $[EF]$ et $[HG]$ auraient la même longueur ; ici $5 \neq 5{,}4$. C'est un trapèze. (1)

d) Oui : deux côtés opposés $[KL]$ et $[NM]$ sont parallèles et de même longueur. (1)

Méthode — On sait que… ; or si un quadrilatère…, alors c'est un parallélogramme ; donc…

Exercice 3 – Construire des parallélogrammes ★★ *(4 pts)*

a) $[AB]$ de 5,8 cm ; angle $\widehat{ABC}$ de $125°$ au rapporteur ; C sur ce côté à 3,6 cm de B ; arc de centre A et de rayon 3,6 cm, arc de centre C et de rayon 5,8 cm : D à leur intersection. (1)

b) $\widehat{BCD} = 180° - 125° = 55°$, $\widehat{CDA} = 125°$, $\widehat{DAB} = 55°$. (1)

c) $[IK]$ de 8 cm et son milieu O ; droite passant par O faisant $50°$ avec (IK) ; J et L sur cette droite de part et d'autre de O, à $5 \div 2 = 2{,}5$ cm de O. (1)

d) Par construction, O est le milieu de $[IK]$ et de $[JL]$: les diagonales ont le même milieu, donc $IJKL$ est un parallélogramme. (1)

Piège — Depuis A, le rayon est BC (le côté opposé à $[AD]$) ; depuis C, c'est AB.

Exercice 4 – Corriger une copie ★★★ *(4 pts)*

a) Faux : avec une seule paire de côtés parallèles, c'est peut-être un trapèze ; il faut les deux paires de côtés opposés parallèles. (1)

b) Faux : elles se coupent en leur milieu, mais n'ont pas en général la même longueur. (1)

c) Faux : $\widehat{DAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont consécutifs, donc supplémentaires : $\widehat{ABC} = 180° - 80° = 100°$. (1)

d) Faux : $[AB]$ et $[BC]$ sont consécutifs ; il faudrait des côtés opposés de même longueur ($AB = CD$ et $BC = DA$). (1)

Le point clé — Les propriétés portent sur des côtés ou des angles opposés : je vérifie toujours avec le nom du quadrilatère, dans l'ordre.

Exercice 5 – Démontrer ★★★ *(4 pts)*

a) Le parallélogramme $ABCD$, ses diagonales qui se coupent en O, E sur $[OA]$ et F sur $[OC]$, avec le même codage sur $[OE]$ et $[OF]$. (1)

b) $[BD]$ est une diagonale du parallélogramme $ABCD$, et les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu O. (1)

c) E, O et F sont alignés sur la diagonale $[AC]$, O est entre E et F, et $OE = OF$: O est le milieu de $[EF]$. (1)

d) On sait que les diagonales $[BD]$ et $[EF]$ du quadrilatère $BEDF$ ont le même milieu O. Or si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme. Donc $BEDF$ est un parallélogramme. (1)

Méthode — On utilise d'abord une propriété du parallélogramme $ABCD$, puis une propriété caractéristique pour conclure sur $BEDF$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).