Rectangle, losange, carré

Fiche méthode

(Mathématiques 5e · Espace et géométrie · Parallélogrammes particuliers)

La démarche pour toute question sur un rectangle, un losange ou un carré

1. Je code. Sur une figure à main levée, je reporte les données : côtés égaux, angles droits, milieux, diagonales.

2. Je cherche la famille. Est-ce un parallélogramme ? un rectangle ? un losange ? Je liste les propriétés que cela donne.

3. Je cite la propriété. Je rédige « On sait que… Or… Donc… », puis je calcule si besoin.

Le réflexe — je ne conclus jamais à l'œil : seuls l'énoncé et le codage comptent.

Cas 1 · Rappels de 6e : nature, périmètre, construction

Réflexe — je compte les angles droits et je compare les côtés codés ; périmètre : $2 \times (L + \ell)$ pour un rectangle, $4 \times c$ pour un losange ou un carré.

Exemple 1. Le rectangle JKLM a pour périmètre 31 cm et $JK = 10{,}5$ cm. Calculer KL.

Les deux longueurs font $2 \times 10{,}5 = 21$ cm ; il reste $31 - 21 = 10$ cm pour les deux largeurs.
$KL = 10 \div 2 = 5$ cm.

Exemple 2. Construire le losange PQRS de côté 5 cm dont la diagonale $[PR]$ mesure 8 cm.

Je trace $[PR]$ de 8 cm. Au compas, écartement 5 cm : un arc de centre P et un arc de centre R, de chaque côté de $[PR]$.
Ils se coupent en Q et en S ; je trace les quatre côtés.

Attention — une figure qui ressemble à un carré n'en est un que si l'énoncé ou le codage donne quatre angles droits et quatre côtés égaux.

Cas 2 · Utiliser les propriétés des côtés et des angles

Réflexe — rectangle, losange et carré sont des parallélogrammes : côtés opposés égaux, angles opposés égaux, angles consécutifs de somme 180°.

Exemple. Le losange FGHI a pour périmètre 22 cm et $\widehat{FGH} = 115^\circ$. Calculer FG, $\widehat{GHI}$ et $\widehat{HIF}$.

Les quatre côtés sont égaux : $FG = 22 \div 4 = 5{,}5$ cm.
$\widehat{GHI}$ est consécutif à $\widehat{FGH}$: $180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$. $\widehat{HIF}$ est opposé à $\widehat{FGH}$: 115°.

Attention — un losange n'a pas quatre angles égaux : seuls les angles opposés le sont.

Cas 3 · Calculer avec les diagonales

Réflexe — les diagonales se coupent en leur milieu ; même longueur dans un rectangle, perpendiculaires dans un losange, les deux dans un carré.

Exemple. TUVW est un rectangle de centre O et $TV = 12{,}4$ cm. Calculer UW et OU.

Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur : $UW = TV = 12{,}4$ cm.
O est le milieu de [UW] : $OU = 12{,}4 \div 2 = 6{,}2$ cm.

Attention — dans un rectangle, les diagonales ne sont pas perpendiculaires ; dans un losange, elles n'ont pas la même longueur (sauf pour un carré).

Cas 4 · Prouver la nature d'un quadrilatère

Réflexe — je pars du parallélogramme : un angle droit ou des diagonales égales → rectangle ; deux côtés consécutifs égaux ou des diagonales perpendiculaires → losange ; les deux → carré.

Exemple 1. MNPQ est un parallélogramme et $(MP) \perp (NQ)$. Quelle est sa nature ?

On sait que MNPQ est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.

Or un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires est un losange.

Donc MNPQ est un **losange**.

Exemple 2. Le losange DEFG a des diagonales de même longueur. Quelle est sa nature ?

Un losange est un parallélogramme ; ses diagonales ont la même longueur, c'est donc aussi un rectangle.

Rectangle et losange à la fois : DEFG est un **carré**.

Attention — un angle droit ou des diagonales perpendiculaires ne suffisent pas si l'on ne sait pas que c'est un parallélogramme.

Les pièges

- Croire que tout rectangle est un carré : il faut en plus quatre côtés égaux.
- Écrire que les diagonales d'un rectangle sont perpendiculaires : elles ont le même milieu et la même longueur, mais ne sont perpendiculaires que pour un carré.
- Oublier de diviser par 2 : une demi-diagonale vaut la moitié de la diagonale.
- Conclure « losange » avec des diagonales perpendiculaires qui ne se coupent pas en leur milieu (cerf-volant).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).