Corrigé et barème – Parallélogrammes particuliers : rectangle, losange, carré

Rappels de 6e (définitions et codage du rectangle, du losange et du carré, périmètre, axes de symétrie, constructions), puis ces figures comme parallélogrammes particuliers (côtés, angles), les propriétés de leurs diagonales (même milieu, même longueur, perpendiculaires), les propriétés caractéristiques pour reconnaître leur nature d'après l'énoncé ou le codage, et la construction à partir des diagonales.

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Rectangle, losange, carré (acquis de 6e) ★★ *(4 pts)*

a) Quatre côtés de même longueur : ABCD est un losange. Périmètre : $4 \times 4{,}6 = 18{,}4$ cm. (1)

b) Quatre angles droits : EFGH est un rectangle. Une longueur et une largeur font $26 \div 2 = 13$ cm, donc $FG = 13 - 8{,}5 = 4{,}5$ cm. $EF \neq FG$: ses côtés ne sont pas tous égaux, ce n'est pas un carré. (1)

c) ABCD, losange non carré : 2 axes, les droites (AC) et (BD) qui portent ses diagonales. EFGH, rectangle non carré : 2 axes, les médiatrices de $[EF]$ et de $[FG]$. (1)

d) Je trace $[EF]$ de 8,5 cm ; à l'équerre, je trace les perpendiculaires à (EF) en E et en F ; j'y place H et G, du même côté de (EF), à 4,5 cm de E et de F ; je trace $[GH]$ et je contrôle que $GH = 8{,}5$ cm. (1)

Repère — En 6e, la nature se lit sur les angles droits et les côtés égaux ; le périmètre et les axes de symétrie en découlent.

Exercice 2 – Calculs avec les diagonales ★★ *(4 pts)*

a) Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur : $CE = BD = 13$ cm ; O est leur milieu : $OC = 13 \div 2 = 6{,}5$ cm (1)

b) $OB = OC = 6{,}5$ cm, donc $6{,}5 + 6{,}5 + 5 = 18$ cm (1)

c) $PT = 9{,}6 \div 2 = 4{,}8$ cm ; $QT = 5 \div 2 = 2{,}5$ cm ; diagonales perpendiculaires : $\widehat{PTQ} = 90°$ (1)

d) $\widehat{QRS}$ est opposé à $\widehat{QPS}$: $55°$; $\widehat{PQR}$ est consécutif : $180° - 55° = 125°$ (1)

Méthode — Une demi-diagonale est la moitié de la diagonale ; dans un rectangle, les quatre demi-diagonales sont égales.

Exercice 3 – Nature d'après le codage ★★ *(4 pts)*

a) Diagonales de même milieu et de même longueur : rectangle (1)

b) Quatre côtés égaux : losange ; avec un angle droit : carré (1)

c) Diagonales de même milieu : parallélogramme ; perpendiculaires : losange (1)

d) Seule la diagonale horizontale est codée coupée en son milieu ; rien ne dit que la diagonale verticale l'est (elle ne l'est d'ailleurs pas sur le dessin) : on ne peut pas affirmer que c'est un parallélogramme, ni donc un losange, malgré les diagonales perpendiculaires (c'est un cerf-volant) (1)

Piège — Des diagonales perpendiculaires ne font un losange que si elles se coupent en leur milieu.

Exercice 4 – Démontrer ★★★ *(4 pts)*

a) On sait que O est le milieu de [IK] et de [JL] : $IK = 2 \times 4{,}5 = 9$ cm et $JL = 9$ cm. Or un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un rectangle. Donc IJKL est un rectangle. (2)

b) On sait que FGHK est un rectangle, donc un parallélogramme, et que FG = GH (deux côtés consécutifs). Or un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange. Donc FGHK est un rectangle et un losange : c'est un carré. Ses diagonales sont perpendiculaires : $\widehat{FOG} = 90°$. (2)

Le point clé — La propriété citée après « Or » doit partir exactement de ce que l'on sait : ici, du parallélogramme.

Exercice 5 – Problème — construire à partir des diagonales ★★★ *(4 pts)*

a) Elles se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires (1)

b) $NQ = MP = 6$ cm (même longueur) ; $OM = 6 \div 2 = 3$ cm (O milieu de [MP]) (1)

c) Je trace [MP] de 6 cm et son milieu O ; à l'équerre, la perpendiculaire à (MP) en O ; j'y place N et Q à 3 cm de O, de part et d'autre ; je trace les quatre côtés (1)

d) Diagonales de même milieu O et perpendiculaires, mais de longueurs différentes (6 cm et 4 cm) : MNPQ est un losange, pas un carré (1)

Méthode — Pour construire un parallélogramme particulier, on traduit sa nature en propriétés des diagonales, puis on les trace.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).