Opérations : multiples, diviseurs et critères de divisibilité

Fiche méthode

(Mathématiques 5e · Nombres et calculs · Opérations)

La démarche pour savoir si un nombre est divisible par un autre

1. Je regarde le diviseur. Pour 2, 5 ou 10 : le chiffre des unités. Pour 4 : les deux derniers chiffres. Pour 3 ou 9 : la somme des chiffres.

2. Sinon, je divise. Je pose la division euclidienne et je regarde le reste.

3. Je conclus avec la bonne phrase : « … est divisible par … », « … est un multiple de … » ou « … est un diviseur de … ».

Le réflexe — reste 0 = divisible ; un critère évite de poser la division, mais il faut choisir le bon (unités, deux derniers chiffres ou somme des chiffres).

Cas 1 · Multiple, diviseur et critères par 2, 5 et 10

Réflexe — pour 2, 5 ou 10, je regarde seulement le chiffre des unités ; sinon, je pose la division euclidienne : reste 0 = divisible.

Exemple 1. 221 est-il divisible par 13 ?

$221 \div 13 : 17$, il reste 0. Donc $221 = 13 \times 17$.

221 est divisible par 13 : c'est un multiple de 13, et 13 est un diviseur de 221.

Exemple 2. Parmi 2, 5 et 10, par quels nombres 3 090 et 8 415 sont-ils divisibles ?

3 090 se termine par 0 : divisible par 2, par 5 et par 10.

8 415 se termine par 5 : divisible par 5 seulement (il est impair et ne se termine pas par 0).

Attention — se terminer par 5 ne suffit pas pour être divisible par 10 ; et c'est le chiffre des unités qui compte, pas le premier chiffre.

Cas 2 · Liste des diviseurs, multiples et diviseurs communs

Réflexe — pour la liste des diviseurs, je cherche les paires de produits en essayant 1, 2, 3… ; pour un multiple commun, je parcours la table du plus grand des deux nombres.

Exemple 1. Trouver tous les diviseurs de 42.

$42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$. Ni 4 ni 5 ne conviennent, et 7 est déjà trouvé.

Diviseurs de 42 : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42.

Exemple 2. Trouver le plus petit multiple commun non nul de 9 et 15.

Multiples de 15 : 15 ; 30 ; 45. 15 et 30 ne sont pas dans la table de 9, mais $45 = 9 \times 5$.

C'est 45.

Attention — ne pas oublier 1 et le nombre lui-même dans la liste des diviseurs.

Cas 3 · Critères de divisibilité par 3 et par 9

Réflexe — j'additionne tous les chiffres : somme dans la table de 3 → divisible par 3 ; dans la table de 9 → divisible

par 9.

Exemple 1. 5 214 est-il divisible par 3 ? par 9 ?

$5+2+1+4=12$: 12 est dans la table de 3, pas dans celle de 9.
5 214 est divisible par 3, pas par 9.

Exemple 2. Trouver le chiffre $\square$ pour que $2\square 6$ soit divisible par 9.

$2+6=8$; il faut $8+\square=9$ (18 est trop grand), donc $\square=1$: $216=9\times 24$.

Attention — divisible par 3 ne veut pas dire divisible par 9, et le dernier chiffre ne compte pas plus que les autres.

Cas 4 · Critère de divisibilité par 4 (complément)

Réflexe — je cache tout sauf les deux derniers chiffres et je cherche ce nombre dans la table de 4.

Exemple. 8 536 et 1 674 sont-ils divisibles par 4 ?

$36=4\times 9$: 8 536 est divisible par 4.
$74=4\times 18+2$: 1 674 n'est pas divisible par 4, bien qu'il soit pair.

Attention — un nombre pair n'est pas toujours divisible par 4 ; on regarde les deux derniers chiffres, pas seulement le dernier.

Les pièges

- Écrire « 6 est un multiple de 78 » : c'est 78 qui est un multiple de 6, et 6 un diviseur de 78.
- Croire qu'un nombre qui se termine par 5 est divisible par 10 : $1\,245=10\times 124+5$.
- Regarder le dernier chiffre pour 3 ou 9 : 43 se termine par 3 mais $4+3=7$, il n'est pas divisible par 3.
- Croire qu'un multiple de 3 est un multiple de 9 : $21=3\times 7$ n'est pas dans la table de 9.
- Croire qu'un nombre pair est divisible par 4 : 70 est pair, mais $70=4\times 17+2$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).