Corrigé et barème – Opérations : multiples, diviseurs et critères de divisibilité

Multiple, diviseur et « est divisible par » (division euclidienne de reste nul), critères de divisibilité par 2, 5 et 10, liste des diviseurs, multiples communs et diviseurs communs, critères de divisibilité par 3 et par 9 (somme des chiffres), critère de divisibilité par 4 en complément (deux derniers chiffres) ; chiffre manquant et problèmes.

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Multiples, diviseurs et critères par 2, 5 et 10 ★★ *(4 pts)*

a) $14 \times 31 = 434$, donc $434 = 14 \times 31 + 0$: le reste est 0. « 434 est divisible par 14 » ; « 434 est un multiple de 14 » ; « 14 est un diviseur de 434 » (on peut dire la même chose avec 31) (1)

b) $105 = 15 \times 7$: 15 est un diviseur de 105 ; 105 est un multiple de 7 (1)

c) Chiffres des unités : 0 ; 5 ; 4 ; 3 ; 0. Par 2 (unités paires) : 5 060 ; 7 914 ; 8 450. Par 5 (unités 0 ou 5) : 5 060 ; 2 385 ; 8 450. Par 10 (unités 0) : 5 060 ; 8 450. 6 003 n'est divisible par aucun des trois (1)

d) Pour 5, □ vaut 0 ou 5 ; pour ne pas être divisible par 10, □ ne vaut pas 0 : □ = 5 (915). Un nombre divisible par 10 se termine par 0 : 0 est pair (divisible par 2) et 0 convient pour 5. Autre justification : $10 = 2 \times 5$, donc un multiple de 10 est un multiple de 2 et de 5 (1)

Méthode — Pour 2, 5 et 10, le chiffre des unités suffit ; pour un autre diviseur, on pose la division euclidienne : reste 0 veut dire divisible, multiple et diviseur.

Exercice 2 – Liste des diviseurs, multiples et diviseurs communs ★★ *(4 pts)*

a) $52 = 1 \times 52 = 2 \times 26 = 4 \times 13$: diviseurs 1 ; 2 ; 4 ; 13 ; 26 ; 52 (1)

b) Il a oublié 1, qui divise tous les nombres : $49 = 1 \times 49 = 7 \times 7$. Les diviseurs de 49 sont 1 ; 7 ; 49 (7 n'est écrit qu'une fois) (1)

c) $65 = 1 \times 65 = 5 \times 13$ (65 est impair, $6 + 5 = 11$ n'est pas dans la table de 3, et $65 = 7 \times 9 + 2$) : diviseurs 1 ; 5 ; 13 ; 65. Diviseurs communs avec 52 : 1 et 13. Le plus grand est 13 (1)

d) Multiples de 21 : 21 ; 42 ; et $42 = 14 \times 3$: elles repartent ensemble au bout de 42 min (1)

Repère — Un multiple commun se cherche dans la table du plus grand des deux nombres ; une liste de diviseurs commence toujours par 1 et finit par le nombre lui-même.

Exercice 3 – Critères de divisibilité par 3 et par 9 ★★ *(4 pts)*

a) $2 + 4 + 5 + 7 = 18$: par 3 et par 9 ; $8 + 0 + 1 + 2 = 11$: ni par 3 ni par 9 ; $4 + 5 + 0 + 3 = 12$: par 3 seulement ; $3 + 1 + 1 + 0 + 4 = 9$: par 3 et par 9 (1)

b) $6 + 3 = 9$; la somme $9 + \square$ doit valoir 9 ou 18 : □ = 0 ou 9 (les nombres 603 et 693) (1)

c) La somme $4 + \square$ doit valoir 6, 9 ou 12 : □ = 2, 5 ou 8 (420, 450, 480) ; pour 9, il faut $4 + \square = 9$: c'est 450 (1)

d) Non : $1 + 4 + 1 = 6$ est dans la table de 3 mais pas dans celle de 9. $141 = 3 \times 47$ n'est pas un multiple de 9 : un multiple de 3 n'est pas toujours un multiple de 9 (1)

Méthode — On additionne tous les chiffres une seule fois, puis on cherche la somme dans la table de 3 et dans celle de 9 : la table de 9 est la plus exigeante.

Exercice 4 – Critère par 4 et tous les critères ★★★ *(4 pts)*

a) Unités 0 : par 2, 5 et 10 ; $50 = 4 \times 12 + 2$: pas par 4 ; $1 + 3 + 5 + 0 = 9$: par 3 et 9. Donc 2, 3, 5, 9 et 10 (1)

b) Unités 4 : par 2, ni par 5 ni par 10 ; $24 = 4 \times 6$: par 4 ; $7 + 4 + 2 + 4 = 17$: ni par 3 ni par 9. Donc 2 et 4 (1)

c) Il se termine par 6 : il est pair. Mais ses deux derniers chiffres forment $26 = 4 \times 6 + 2$, qui n'est pas dans la table de 4 (1)

d) Pour 9 : $5 + 1 + \square + 4$, soit $10 + \square$, doit valoir 18, donc $\square = 8$; et $84 = 4 \times 21$: 5 184 convient (1)

Le point clé — Chaque diviseur a son critère : le chiffre des unités pour 2, 5 et 10, les deux derniers chiffres pour 4, la somme des chiffres pour 3 et 9.

Exercice 5 – Problème — les colis de l'association ★★★ *(4 pts)*

a) $2 + 4 + 0 = 6$ n'est pas dans la table de 9 : 240 n'est pas divisible par 9, c'est impossible (1)

b) Oui : $40 = 4 \times 10$ et $80 = 4 \times 20$. $240 = 4 \times 60$ et $180 = 4 \times 45$: 60 cahiers et 45 stylos par colis (1)

c) Il faut un diviseur commun de 240 et 180, le plus grand possible. Les diviseurs de 180 plus grands que 60 sont 90 et 180 : $240 = 180 \times 1 + 60$ et $240 = 90 \times 2 + 60$, ils ne conviennent pas. 60 convient : $240 = 60 \times 4$ et $180 = 60 \times 3$. Elle peut faire 60 colis (1)

d) $240 = 60 \times 4$ et $180 = 60 \times 3$: 4 cahiers et 3 stylos par colis (1)

Méthode — Partager sans reste, c'est chercher un diviseur commun ; les critères disent vite si un nombre de colis est possible avant tout calcul.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).