Corrigé et barème – Triangles : médiatrices, hauteurs et médianes

Rappels de 6e (milieu, médiatrice et sa construction au compas, cercle circonscrit et position de son centre), puis les médiatrices dans les triangles isocèle et équilatéral ; définir et tracer les hauteurs d'un triangle (concourantes) et ses médianes (une médiane partage le triangle en deux triangles de même aire) ; reconnaître ces droites remarquables.

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Médiatrice et cercle circonscrit (acquis de 6e) ★★ *(4 pts)*

a) O est sur les médiatrices de $[AB]$ et de $[AC]$: il est à la même distance des sommets, $OB = OC = OA = 5{,}2$ cm. (1)

b) Diamètre $= 2 \times 5{,}2 = 10{,}4$ cm. (1)

c) $OA = OC$: OAC est isocèle en O. $\widehat{OAC} = (180^\circ - 106^\circ) \div 2 = 37^\circ$. (1)

d) $MA = MC$: M est à la même distance de A et de C, donc il est sur la médiatrice de $[AC]$. Cette droite passe par O, car $OA = OC$: O est lui aussi à la même distance de A et de C. (1)

Le point clé — La médiatrice de $[AC]$, ce sont tous les points à la même distance de A et de C : le centre O en fait partie, d'où des triangles isocèles en O.

Exercice 2 – Tracer des hauteurs ★★ *(4 pts)*

a) L'angle $\widehat{EFG}$ est obtus : je prolonge $[GF]$ au-delà de F. La hauteur issue de E coupe ce prolongement en H, avec un angle droit. (1)

b) Les trois hauteurs (prolongées) se coupent en un même point, situé à l'extérieur du triangle : elles sont concourantes. (1)

c) H, F et G sont alignés : $\widehat{EFH} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. (1)

d) Le triangle EFH est rectangle en H : $\widehat{FEH} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. (1)

Piège — Angle obtus : le pied de la hauteur est sur le prolongement du côté, hors du segment.

Exercice 3 – Médianes et aires ★★ *(4 pts)*

a) $LI = 15 \div 2 = 7{,}5$ cm. (1)

b) Aire de $KLM = 15 \times 4 \div 2 = 30$ cm^2. (1)

c) (KI) est la médiane issue de K : elle partage KLM en deux triangles de même aire. Aire de $KLI = 30 \div 2 = 15$ cm^2. (1)

d) Même hauteur issue de K : $7{,}5 \times 4 \div 2 = 15$ cm^2. C'est bien le même résultat. (1)

Méthode — Même base et même hauteur : même aire.

Exercice 4 – Corriger une copie ★★★ *(4 pts)*

a) Faux : seulement si $AB = AC$ (triangle isocèle en A) ; sinon A n'est pas à la même distance de B et de C, donc il n'est pas sur la médiatrice de $[BC]$. (1)

b) Faux : seulement si le triangle est isocèle en A ; sinon le pied de la hauteur n'est pas le milieu, et la hauteur est parallèle à la médiatrice de $[BC]$. (1)

c) Faux : si un angle est obtus, elles se coupent à l'extérieur ; dans un triangle rectangle, au sommet de l'angle droit. (1)

d) Faux : les deux triangles ont la même aire, mais pas forcément la même forme. (1)

Le point clé — Les trois droites ne se confondent que dans un triangle isocèle, pour la base.

Exercice 5 – Problème — le fronton ★★★ *(4 pts)*

a) Isocèle en A : la hauteur issue de A est aussi la médiane (et la médiatrice de $[BC]$), donc H est le milieu de $[BC]$. $BH = 12 \div 2 = 6$ m. (1)

b) Le triangle ABH est rectangle en H : $\widehat{BAH} = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$. Par symétrie, $\widehat{BAC} = 2 \times 68^\circ = 136^\circ$ (vérification : $180 - 2 \times 22 = 136$). (1)

c) Aire $\approx 12 \times 2{,}4 \div 2 = 14{,}4$ m^2 (valeur approchée, car AH est arrondie). (1)

d) Au milieu de $[AC]$: c'est la médiane issue de B. Chaque partie a pour aire la moitié de celle du fronton : $14{,}4 \div 2 \approx 7{,}2$ m^2. (1)

Méthode — Triangle isocèle : la hauteur issue du sommet principal est aussi médiane et médiatrice.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).