Fractions : quotients égaux & simplification

Fiche méthode

(Mathématiques 5e · Nombres et calculs · Nombres rationnels)

La démarche pour toute question sur des fractions

1. Je lis ce que demande la question. « $\frac{a}{b}$ de… » : je divise par b, puis je multiplie par a ; écriture décimale : je calcule $a \div b$; placer ou encadrer : je compte en parts de $\frac{1}{b}$.

2. Je regarde les deux termes. Sont-ils dans une même table ? Les dénominateurs sont-ils égaux, ou l'un est-il un multiple de l'autre ?

3. J'applique la règle des quotients égaux : la même opération ($\times$ ou $\div$) en haut ET en bas.

4. Je conclus avec les fractions de départ, et je donne toute fraction finale simplifiée au maximum.

Le réflexe — on multiplie ou on divise les deux termes par le même nombre ; on n'ajoute et on ne retire jamais.

Cas 1 · Rappels de 6e : fraction, quotient et demi-droite graduée

Réflexe — « $\frac{a}{b}$ de… » : je divise par b, puis je multiplie par a ; pour placer ou encadrer $\frac{a}{b}$, je cherche combien de fois b est contenu dans a.

Exemple 1. Calculer $\frac{4}{7}$ de 63 L, puis donner l'écriture décimale de $\frac{9}{8}$.

Une part : $63 \div 7 = 9$ L ; on en prend 4 : $9 \times 4 = 36$ L.
$\frac{9}{8} = 9 \div 8 = 1{,}125$. Contrôle : $8 \times 1{,}125 = 9$.

Exemple 2. Sur une demi-droite graduée en cinquièmes, placer $\frac{13}{5}$ et l'encadrer entre deux entiers consécutifs.

Chaque unité compte 5 intervalles : je compte 13 intervalles depuis 0.
$13 = 5 \times 2 + 3$, donc $\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5}$ et $2 < \frac{13}{5} < 3$: le point est 3 intervalles après la graduation 2.

Attention — je compte les intervalles, pas les traits ; et $\frac{3}{8}$ ne s'écrit pas 3,8 : $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0{,}375$.

Cas 2 · Fractions égales et simplification

Réflexe — je cherche par combien un terme a été multiplié ou divisé, et je fais la même chose à l'autre ; pour simplifier, je divise par un diviseur commun tant que c'est possible.

Exemple. Compléter $\frac{4}{9} = \frac{\dots}{63}$, puis simplifier $\frac{90}{150}$ au maximum.

$9 \times 7 = 63$, donc $4 \times 7 = 28$: $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$.
On divise par 10 : $\frac{90}{150} = \frac{9}{15}$, puis par 3 : $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$, irréductible. En une seule étape, on divise par 30.

Attention — $\frac{12}{18} = \frac{6}{9}$ n'est pas fini : 6 et 9 sont encore dans la table de 3, et $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Cas 3 · Mettre au même dénominateur

Réflexe — je récite la table du plus grand dénominateur et je m'arrête au premier multiple de l'autre ; puis je

transforme chaque fraction.

Exemple. Réduire $\frac{1}{6}$ et $\frac{4}{15}$ au même dénominateur.

Table de 15 : 15, 30 ; $30 = 6 \times 5$: le dénominateur commun est 30.
$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{5}{30}$ et $\frac{4}{15} = \frac{4 \times 2}{15 \times 2} = \frac{8}{30}$.

Attention — la somme des dénominateurs ne convient pas : $6 + 15 = 21$ n'est pas dans la table de 6.

Cas 4 · Comparer et ranger des fractions

Réflexe — même dénominateur : le plus grand numérateur ; même numérateur : le plus petit dénominateur ; une fraction plus petite que 1 et l'autre plus grande : 1 sert d'intermédiaire ; sinon, je réduis au même dénominateur.

Exemple. Comparer $\frac{7}{12}$ et $\frac{11}{18}$.

Dénominateur commun 36 : $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$ et $\frac{11}{18} = \frac{22}{36}$.
$21 < 22$, donc $\frac{7}{12} < \frac{11}{18}$.

Attention — je conclus avec les fractions de départ, pas avec les fractions transformées.

Les pièges

- Ajouter le même nombre en haut et en bas : $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{7}$ ne sont pas égales.
- S'arrêter avant la fraction irréductible : $\frac{20}{36} = \frac{10}{18}$, mais on peut encore diviser par 2 : $\frac{5}{9}$.
- Comparer les numérateurs seuls quand les dénominateurs sont différents.
- Même numérateur : croire que le plus grand dénominateur donne la plus grande fraction ; c'est l'inverse.
- Sur une demi-droite graduée, compter les traits au lieu des intervalles, ou compter depuis la dernière graduation entière au lieu de 0.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).