Fractions : opérations

Fiche méthode

(Mathématiques 5e · Nombres et calculs · Nombres rationnels)

La démarche pour additionner ou soustraire des fractions

1. Je regarde les dénominateurs. Égaux : je passe à l'étape 3. L'un multiple de l'autre : le plus grand sert de dénominateur commun. Quelconques : je cherche un dénominateur commun dans les multiples du plus grand.

2. Je transforme chaque fraction : son numérateur et son dénominateur sont multipliés par le même nombre ; un entier s'écrit avec le dénominateur commun.

3. Je calcule les numérateurs, je garde le dénominateur, puis je simplifie et je contrôle l'ordre de grandeur. Fraction × entier : je multiplie seulement le numérateur.

Le réflexe — le dénominateur donne la taille des parts : on ne l'additionne jamais, on le rend commun.

Cas 1 · Rappels de 6e : même dénominateur, dénominateur multiple, entier, × entier

Réflexe — je calcule les numérateurs et je garde le dénominateur ; je transforme la fraction au plus petit dénominateur ; un entier s'écrit avec le dénominateur de l'autre fraction ; fois un entier, seul le numérateur change.

Exemple 1. Calculer $\frac{13}{15} - \frac{4}{15}$, puis $\frac{2}{9} + \frac{5}{18}$.

Même dénominateur : $\frac{13}{15} - \frac{4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ (je divise par 3).
$18 = 9 \times 2$, donc $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$ et $\frac{4}{18} + \frac{5}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ (je divise par 9).

Exemple 2. Calculer $3 + \frac{2}{9}$, puis écrire $\frac{34}{9}$ comme un entier plus une fraction inférieure à 1.

$3 = \frac{27}{9}$ ($3 \times 9 = 27$), donc $3 + \frac{2}{9} = \frac{27}{9} + \frac{2}{9} = \frac{29}{9}$.
$34 \div 9$: 3, il reste 7, donc $\frac{34}{9} = \frac{27}{9} + \frac{7}{9} = 3 + \frac{7}{9}$.

Exemple 3. Calculer $5 \times \frac{7}{10}$.

Je multiplie seulement le numérateur : $5 \times 7 = 35$.
$5 \times \frac{7}{10} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$ (je divise par 5).

Attention — on écrit l'entier avec le même dénominateur : $3 = \frac{27}{9}$, pas $\frac{3}{9}$; et dans un produit par un entier, le dénominateur ne bouge pas.

Cas 2 · Dénominateurs quelconques

Réflexe — aucun dénominateur n'est multiple de l'autre : j'écris les multiples du plus grand jusqu'à trouver un multiple commun.

Exemple 1. Calculer $\frac{3}{10} + \frac{5}{8}$.

Multiples de 10 : 10, 20, 30, 40 ; et $40 = 8 \times 5$.
$\frac{3}{10} = \frac{12}{40}$ et $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$, donc $\frac{3}{10} + \frac{5}{8} = \frac{12}{40} + \frac{25}{40} = \frac{37}{40}$.

Exemple 2. Calculer $\frac{7}{10} - \frac{1}{4}$.

Multiples de 10 : 10, 20 ; et $20 = 4 \times 5$.
$\frac{7}{10} - \frac{1}{4} = \frac{14}{20} - \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$.

Attention — je multiplie le numérateur **et** le dénominateur : $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$, pas $\frac{5}{40}$.

Cas 3 · Problèmes avec des fractions

Réflexe — je repère le tout ; fraction d'une quantité : je divise par le dénominateur, puis je multiplie par le numérateur ; part restante : 1 moins les parts connues.

Exemple 1. Calculer les $\frac{2}{7}$ de 63 km.

$63 \div 7 = 9$, puis $9 \times 2 = 18$. Les $\frac{2}{7}$ de 63 km font 18 km.

Exemple 2. Dans un club, $\frac{1}{3}$ des membres font du judo, $\frac{2}{9}$ de la boxe, les autres du karaté. Quelle fraction des membres fait du karaté ?

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$: judo et boxe font $\frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$ des membres.
Karaté : $\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ des membres.

Attention — une fraction « de ce qui reste » se calcule sur la quantité restante, pas sur le total.

Les pièges

- Additionner les dénominateurs : $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$ ne vaut pas $\frac{4}{8}$; au dénominateur 15, $\frac{9}{15} + \frac{5}{15} = \frac{14}{15}$.
- Ne transformer que le dénominateur : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, pas $\frac{2}{12}$.
- Multiplier aussi le dénominateur : $5 \times \frac{2}{13} = \frac{10}{13}$, pas $\frac{10}{65}$ (qui vaut encore $\frac{2}{13}$).
- Oublier de simplifier le résultat : $\frac{10}{14}$ se donne sous la forme $\frac{5}{7}$.
- Prendre la fraction du total au lieu de la fraction du reste : je relis « de ce qui reste ».

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).