Devoir surveillé – symétrie centrale et parallélogrammes — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Un parallélogramme dans un repère *(5 pts)*

Trace un repère orthogonal d'origine O sur ta feuille à petits carreaux, avec 1 cm pour une unité sur chaque axe.

a) Place les points $A(-4\,;\,-2)$, $B(3\,;\,-2)$ et $C(5\,;\,3)$.

b) Construis le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Explique le déplacement utilisé et donne les coordonnées de D.

c) Justifie que les segments $[AB]$ et $[DC]$ sont horizontaux, puis calcule AB et DC. Quelle propriété du parallélogramme retrouves-tu ?

d) Les diagonales de $ABCD$ se coupent en K. Lis les coordonnées de K, puis donne le symétrique de B par rapport à K. Justifie.

e) Théo affirme : « $ABCD$ est un rectangle, car son côté $[AB]$ est horizontal. » Explique pourquoi il a tort.

Exercice 2 – Un demi-tour qui fabrique un rectangle *(4 pts)*

Le triangle RST est rectangle en S, avec $RS = 4$ cm, $ST = 3$ cm et $RT = 5$ cm. Le point O est le milieu de $[RT]$, et U est le symétrique de S par rapport à O.

a) Fais une figure à main levée codée, puis dis quel est le symétrique du point R par rapport à O. Justifie.

b) Démontre que $RSTU$ est un parallélogramme.

c) Démontre que $RSTU$ est un rectangle, puis calcule son périmètre.

d) Calcule les longueurs SU et OU. Justifie.

Exercice 3 – Qui a raison ? *(4 pts)*

Dis si chaque élève a raison ou tort, et justifie.

a) Nora : « Les points $P(-3\,;\,5)$ et $Q(-3\,;\,-1)$ ont la même abscisse, donc la droite (PQ) est parallèle à l'axe des abscisses. »

b) Hugo : « Un losange qui a un angle droit est un carré. »

c) Inès : « Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires est toujours un losange. »

d) Malik : « Par la symétrie de centre O, l'image d'une droite qui ne passe pas par O est une droite perpendiculaire à celle-ci. »

Exercice 4 – Un losange et ses symétries *(4 pts)*

$KLMN$ est un losange de côté 5 cm tel que $\widehat{LKN} = 70^\circ$; ses diagonales se coupent en I.

a) Fais une figure à main levée codée, puis construis $KLMN$ en vraie grandeur.

b) Par la symétrie de centre I, quelle est l'image de l'angle $\widehat{LKN}$? Déduis-en la mesure de $\widehat{LMN}$, puis celle de $\widehat{KLM}$. Justifie.

c) Quelle est la nature du triangle KIL ? Est-il isocèle en I ? Justifie.

d) Quelle est l'image du point L par la symétrie d'axe (KM) ? Déduis-en que la diagonale $[KM]$ partage l'angle $\widehat{LKN}$ en deux angles de même mesure, et donne cette mesure.

Exercice 5 – Problème — Le massif du parc *(3 pts)*

Sur le plan d'un parc, on a tracé un repère orthogonal d'origine O ; une unité représente 1 m sur chaque axe. Un massif de fleurs a pour sommets $A(-4\,;\,0)$, $B(0\,;\,3)$, $C(4\,;\,0)$ et $D(0\,;\,-3)$. Deux allées droites suivent ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

a) Sur quels axes se trouvent les deux allées ? Calcule leurs longueurs.

b) Démontre que le massif $ABCD$ est un losange.

c) Un banc est installé en $E(-2\,;\,-1{,}5)$, milieu du bord $[AD]$. Un second banc est placé en F, symétrique de E par rapport à O. Donne les coordonnées de F et explique pourquoi F est le milieu du bord $[CB]$.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).