

Corrigé et barème – Statistiques et probabilités — niveau



Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5^e

Exercice 1 – Automatismes justifiés

(4 pts)

- Somme des 8 nombres : $8 \times 12,5 = 100$ (0,5 pt) ; nouvelle somme $100 + 17 = 117$ pour 9 nombres, moyenne $117 \div 9 = 13$ (0,5 pt). (1)
- $0,125 = \frac{125}{1\,000} = \frac{1}{8}$ en divisant par 125 (0,5 pt) ; $0,125 = 12,5\%$ (0,5 pt). (1)
- Cartes favorables : les 8 cœurs et les 3 as qui ne sont pas des cœurs, soit 11 cartes, l'as de cœur n'étant compté qu'une fois (0,5 pt) ; $P = \frac{11}{32}$ (0,5 pt). (1)
- Non (0,5 pt) : $\frac{5}{12} + \frac{5}{8} = \frac{10}{24} + \frac{15}{24} = \frac{25}{24}$, or la somme des probabilités d'un événement et de son contraire vaut toujours 1 (0,5 pt). (1)

Piège — dans « un as ou un cœur », l'as de cœur appartient aux deux groupes : l'additionner deux fois donnerait $12/32$ au lieu de $11/32$.

Exercice 2 – Copies et moyenne

(4 pts)

- Effectif total $3 + 5 + 6 + 7 + 4 = 25$; somme $8 \times 3 + 10 \times 5 + 12 \times 6 + 14 \times 7 + 17 \times 4 = 312$ (0,5 pt). Moyenne $312 \div 25 = \frac{312 \times 4}{100} = \frac{1\,248}{100} = 12,48$ (0,5 pt). (1)
- Au moins 12 : $6 + 7 + 4 = 17$ élèves (0,5 pt) ; $\frac{17}{25} = \frac{68}{100} = 68\%$ (0,5 pt). (1)
- Les notes 8, 10 et 12 sont inférieures à 12,48 : $3 + 5 + 6 = 14$ copies (0,5 pt) ; $P = \frac{14}{25} = 0,56$ (0,5 pt). (1)
- Nouvelle somme : $26 \times 12,5 = 325$ (0,5 pt) ; note de la copie : $325 - 312 = 13$ (0,5 pt). (1)

Astuce — diviser par 25 sans calculatrice, c'est multiplier par 4 puis diviser par 100 ; et la note 12 est bien inférieure à 12,48 : lis la moyenne avec ses décimales.

Exercice 3 – Recherche — toutes les urnes possibles

(4 pts)

- Le nombre de rouges r vérifie $\frac{r}{12} = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, donc $r = 3$ (1 pt : 0,5 pt pour la mise en égalité, 0,5 pt pour la réponse). (1)
- Il reste $12 - 3 = 9$ boules vertes ou bleues, avec au moins une bleue et plus de vertes que de bleues (0,5 pt). Si l'urne avait 5 bleues ou plus, elle aurait au plus 4 vertes, moins que de bleues : impossible. Donc 1, 2, 3 ou 4 bleues, d'où exactement quatre compositions (rouges, vertes, bleues) : (3; 8; 1), (3; 7; 2), (3; 6; 3), (3; 5; 4) (0,5 pt). (1)
- $P(\text{pas bleue}) > \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ signifie plus de 9 boules non bleues, donc moins de 3 bleues (0,5 pt) : compositions (3; 8; 1) et (3; 7; 2) (0,5 pt). (1)
- Sur 120 tirages, on s'attend à environ $\frac{5}{12} \times 120 = 50, 60, 70$ ou 80 vertes selon qu'il y a 5, 6, 7 ou 8 vertes (0,5 pt). Le résultat 58 est le plus proche de 60 : la composition la plus vraisemblable est (3; 6; 3), sans certitude à cause de la fluctuation (0,5 pt). (1)

Méthode — pour être sûr de trouver toutes les solutions, fais varier une seule quantité (ici le nombre de bleues) de sa plus petite à sa plus grande valeur possible, et justifie les bornes.

Exercice 4 – Problème — le temps d'écran*(4 pts)*

- a) Au moins 2 h : $12 + 8 = 20$ élèves (0,5 pt) ; $\frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 50\%$ (0,5 pt). (1)
- b) Somme estimée : $0,5 \times 6 + 1,5 \times 14 + 2,5 \times 12 + 3,5 \times 8 = 3 + 21 + 30 + 28 = 82$ h (0,5 pt) ;
moyenne $82 \div 40 = 2,05$ h, et $0,05 \times 60 = 3$ min, soit environ 2 h 3 min (0,5 pt). (1)
- c) 6 élèves favorables sur 40 (0,5 pt) : $P = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} = 0,15$ (0,5 pt). (1)
- d) Somme pour le second collège : $60 \times 2,5 = 150$ h (0,5 pt) ; moyenne globale $(82 + 150) \div 100 = 232 \div 100 = 2,32$ h, et non la moyenne des deux moyennes (0,5 pt). (1)

Erreur fréquente — faire la moyenne de 2,05 et 2,5 pour regrouper deux groupes d'effectifs différents : il faut revenir aux sommes, sinon le petit groupe pèse autant que le grand.

Exercice 5 – Défi — le dé pipé*(4 pts)*

- a) La somme des probabilités des six faces vaut 1 : $p + p + p + p + p + 2p = 7p = 1$ (0,5 pt) ; donc $p = \frac{1}{7}$ et $P(6) = \frac{2}{7}$ (0,5 pt). (1)
- b) $P(\text{pair}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ (0,5 pt). Pour un dé équilibré, $P(\text{pair}) = \frac{1}{2}$; or $\frac{4}{7} = \frac{8}{14} > \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$: oui, ce dé favorise les pairs (0,5 pt). (1)
- c) Sur un grand nombre de lancers, la fréquence du 6 est proche de $\frac{2}{7}$: environ $\frac{2}{7} \times 700 = 200$ fois (0,5 pt). « Environ » car la fréquence observée fluctue autour de la probabilité sans l'égaliser exactement (0,5 pt). (1)
- d) Si $P(6) = \frac{1}{2}$, les cinq autres faces se partagent $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, soit $\frac{1}{10}$ chacune (0,5 pt). Or $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 5 \times \frac{1}{10}$: il faut $k = 5$, c'est-à-dire que le 6 pèse autant que les cinq autres faces réunies (0,5 pt). (1)

Astuce — quand les probabilités sont inconnues, la seule certitude est que leur somme vaut 1 : c'est cette égalité qui permet de trouver p , et de raisonner à l'envers pour trouver k .