Corrigé et barème – opérations, priorités et divisibilité — niveau ★★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Corriger une copie *(4 pts)*

a) L'élève a calculé $30 - 6$ en premier ; or la multiplication et la division passent avant la soustraction et l'addition. $30 - 12 + 2 = 18 + 2 = 20$. (0,5 pt pour l'explication + 0,5 pt pour 20) (1)

b) L'élève a multiplié le dividende par 10 et le diviseur par 100 : le quotient change. 0,12 a deux chiffres après la virgule, on multiplie les deux nombres par 100 : $360 \div 12 = 30$. Contrôle : $30 \times 0{,}12 = 3{,}6$; et le quotient devait dépasser 3,6, puisque $0{,}12 < 1$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

c) Le second terme 11 s'écrit 11×1 : il reste 1 dans la parenthèse, pas 0. $11 \times 7 + 11 = 11 \times (7 + 1) = 11 \times 8 = 88$. Contrôle : $77 + 11 = 88$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) Il manque 1, 48 et une paire de diviseurs : $48 = 1 \times 48 = 2 \times 24 = 3 \times 16 = 4 \times 12 = 6 \times 8$ (5 et 7 ne conviennent pas ; après 6×8, on retomberait sur 8×6). Diviseurs de 48 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48. (0,5 pt pour l'erreur + 0,5 pt pour la liste complète) (1)

Méthode — pour vérifier une ligne, je contrôle autrement : un ordre de grandeur, la multiplication inverse (quotient × diviseur = dividende), ou je redéveloppe une factorisation.

Exercice 2 – Enquête — Nombres mystères *(4 pts)*

a) Divisible par 5 : chiffre des unités 0 ou 5 ; impair : ce n'est pas 0. Le nombre s'écrit $4\square5$. Pour 9 : $4 + \square + 5 = 9 + \square$ doit être dans la table de 9, donc 9 ou 18 : $\square = 0$ ou $\square = 9$. Les nombres possibles sont 405 et 495. (0,5 pt pour le chiffre 5 + 0,5 pt pour la somme + 0,5 pt pour les deux nombres) (1,33333)

b) On factorise : $17 \times 36 + 17 \times 45 = 17 \times (36 + 45) = 17 \times 81$. Or $81 = 9 \times 9$, donc le nombre est égal à $17 \times 9 \times 9$: c'est un multiple de 9. (Contrôle : $17 \times 81 = 1\,377$, et $1 + 3 + 7 + 7 = 18$.) (0,5 pt pour la factorisation + 0,5 pt pour la conclusion) (1,33333)

c) Un multiple de 10 se termine par 0 : on parcourt 10 ; 20 ; 30… Multiples de 10 et de 8 : 40 ; 80 ; 120 … ($40 = 8 \times 5$, $80 = 8 \times 10$). 40 et 80 ne sont pas des multiples de 6 ($40 = 6 \times 6 + 4$, $80 = 6 \times 13 + 2$). $120 = 6 \times 20 = 8 \times 15 = 10 \times 12$. La réponse est 120. (1 pt pour la recherche + 0,5 pt pour 120 ; 0,5 pt seulement pour 480, multiple commun mais pas le plus petit) (1,33333)

Piège — le produit $6 \times 8 \times 10 = 480$ est bien un multiple commun, mais pas le plus petit : il faut chercher dans l'ordre, en parcourant la table du plus grand nombre.

Exercice 3 – Programme de calcul *(4 pts)*

a) $(3+5)\times(8-2)=8\times6=48$; $3+5\times(8-2)=3+30=33$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1,33333)

b) Pour 1,5 : $(1{,}5+2{,}5)\times4-2\times1{,}5=4\times4-3=16-3=13$. Pour 7 : $(7+2{,}5)\times4-2\times7=9{,}5\times4-14=38-14=24$. (0,5 pt pour une expression correcte avec ses parenthèses + 0,5 pt par résultat) (1,33333)

c) Vérification : $2\times1{,}5+10=13$ et $2\times7+10=24$: les deux exemples confirment. Explication : $(7+2{,}5)\times4=7\times4+2{,}5\times4=7\times4+10$. On soustrait ensuite 7×2 : il reste $7\times4-7\times2=7\times(4-2)=7\times2$, plus 10. Le résultat est bien $2\times7+10$. Le même raisonnement marche avec n'importe quel nombre choisi : quatre fois le nombre, moins deux fois le nombre, donnent deux fois le nombre. (0,5 pt pour la vérification + 0,5 pt pour le développement + 0,5 pt pour la conclusion) (1,33333)

Astuce — la distributivité explique les « tours de magie » des programmes de calcul : en développant, on voit ce qui se compense et ce qui reste.

Exercice 4 – Problème — Le jardin partagé *(5 pts)*

a) En décimètres : 22,5 m = 225 dm et 13,5 m = 135 dm. Le côté doit être un diviseur commun de 225 et de 135. Diviseurs de 135 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 27 ; 45 ; 135. Diviseurs de 225 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 25 ; 45 ; 75 ; 225. Le plus grand diviseur commun est 45 : le côté mesure 45 dm, soit 4,5 m. (0,5 pt pour la conversion + 0,5 pt pour les listes + 0,5 pt pour 45 dm = 4,5 m) (1,25)

b) Dans la longueur : $225\div45=5$ parcelles ; dans la largeur : $135\div45=3$ parcelles. En tout : $5\times3=15$ parcelles. (0,5 pt) (1,25)

c) Périmètre en mètres : $2\times(22{,}5+13{,}5)$. Nombre de rouleaux : $2\times(22{,}5+13{,}5)\div12{,}5=2\times36\div12{,}5=72\div12{,}5=720\div125=5{,}76$. Cinq rouleaux ne suffisent pas ($5\times12{,}5=62{,}5\text{ m}<72\text{ m}$) : il faut acheter 6 rouleaux (valeur par excès). (0,5 pt pour l'expression + 0,5 pt pour 5,76 + 0,5 pt pour 6 rouleaux) (1,25)

d) $200\div7{,}5=2\,000\div75=26{,}66\ldots$ On ne compte que les arrosoirs pleins : 26 (valeur par défaut). Reste : $200-26\times7{,}5=200-195=5$ L. (0,5 pt pour la division + 0,5 pt pour 26 + 0,5 pt pour 5 L) (1,25)

Méthode — on passe d'abord à une unité qui donne des nombres entiers (ici le décimètre) avant de chercher des diviseurs communs ; puis on lit la situation pour choisir la valeur par excès (grillage suffisant) ou par défaut (arrosoirs pleins).

Exercice 5 – Défi — Un seul produit pour tout calculer *(3 pts)*

a) Les deux facteurs ont en tout deux chiffres après la virgule : $3{,}6\times4{,}7=16{,}92$ (ordre de grandeur : $4\times5=20$). (0,5 pt) (0,75)

b) On multiplie le dividende et le diviseur par 10 : $169{,}2\div4{,}7=1\,692\div47=36$, puisque $36\times47=1\,692$. (1 pt) (0,75)

c) On multiplie les deux nombres par 100 : $16{,}92\div0{,}36=1\,692\div36=47$. Contrôle : $47\times0{,}36=16{,}92$. (1 pt) (0,75)

d) $36\times48=36\times(47+1)=1\,692+36=1\,728$. (0,5 pt) (0,75)

Erreur fréquente — croire qu'on peut multiplier seulement le diviseur : un quotient ne change que si l'on multiplie le dividende et le diviseur par le même nombre ($16{,}92\div0{,}36=1\,692\div36$).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).