

Corrigé et barème – Nombres relatifs : repérage, additions, produits et quotients — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5°

Exercice 1 – Justifier sans calculer

(4 pts)

- Les signes sont différents ; la somme prend le signe du nombre le plus éloigné de zéro (0,5 pt).
Comme $4,7 > 3,95$, la somme est négative (0,5 pt). (1)
- Le produit a deux facteurs de signes différents : il est négatif (0,5 pt). La somme a le signe de 23, plus éloigné de zéro que -17 : elle est positive. Donc $(-17) \times 23 < (-17) + 23$ (0,5 pt). (1)
- $x < 0$ donc son opposé $-x$ est positif ; $x - 1$ est 1 unité à gauche de x sur la droite graduée (0,5 pt).
D'où $x - 1 < x < 0 < -x$ (0,5 pt). (1)
- Le produit est strictement positif : a et b sont non nuls et de même signe (0,5 pt). S'ils étaient tous deux positifs, leur somme serait positive ; comme $a + b < 0$, a et b sont tous deux négatifs (0,5 pt). (1)

Astuce — « sans calculer » veut dire raisonner sur les signes et les distances à zéro : une comparaison entre un négatif et un positif est immédiate, quelle que soit la taille des nombres.

Exercice 2 – Calculs longs

(5 pts)

- $A = -3,25 + 7,8 + 4,75 - 12,3 - 0,2 - 1,8$ (0,5 pt). Regroupements : $-3,25 + 4,75 = 1,5$; $7,8 - 1,8 = 6$; $-12,3 - 0,2 = -12,5$ (0,5 pt). $A = 1,5 + 6 - 12,5 = 7,5 - 12,5 = -5$ (0,5 pt). (1,25)
- $B = 17 + 23 - 41 - 38 + 26 + 19 - 50 + 4$ (0,5 pt). Positifs : $17 + 23 + 26 + 19 + 4 = 89$; négatifs : $-41 - 38 - 50 = -129$ (0,5 pt). $B = 89 - 129 = -40$ (0,5 pt). (1,25)
- $A \times B = (-5) \times (-40) = +200$ (0,5 pt) ; $B \div A = (-40) \div (-5) = +8$ (0,5 pt). (1,25)
- Signes différents, résultat négatif ; $2,5 \times 48 = 2,5 \times 4 \times 12 = 10 \times 12 = 120$, donc -120 (0,5 pt).
Multiplier par 0,25, c'est diviser par 4 : $84 \div 4 = 21$, donc -21 (0,5 pt). (1,25)

Méthode — dans une longue somme de décimaux, on cherche les paires qui donnent des nombres ronds ($-3,25$ et $4,75$, $7,8$ et $-1,8$) : l'ordre des termes d'une somme peut être changé librement.

Exercice 3 – Recherche — des points alignés

(4 pts)

- $-5 + 3 = -2$: l'égalité est vérifiée (0,5 pt), mais $-5 < -4$ et $3 > 2$: les coordonnées sont hors de l'intervalle, E ne convient pas (0,5 pt). (1)
- x ne peut prendre que les 7 valeurs entières -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 , et pour chacune $y = -2 - x$ est imposé : il y a au plus 7 points (0,5 pt). On obtient $y = 2$; 1 ; 0 ; -1 ; -2 ; -3 ; -4 , tous entre -4 et 2 (0,5 pt). Les 7 points : $(-4; 2)$, $(-3; 1)$, $(-2; 0)$, $(-1; -1)$, $(0; -2)$, $(1; -3)$, $(2; -4)$ (0,5 pt). (1)
- Un produit de deux nombres est strictement négatif quand ils sont non nuls et de signes différents (0,5 pt) : on écarte $(-2; 0)$, $(0; -2)$ et $(-1; -1)$. Restent $(-4; 2)$, $(-3; 1)$, $(1; -3)$ et $(2; -4)$ (0,5 pt). (1)
- Non : si x et y étaient opposés, on aurait $x + y = 0$, et non -2 ; aucun point ne convient (0,5 pt). (1)

Méthode — pour être sûr de n'oublier aucune solution, on fait varier une seule inconnue sur toutes ses valeurs possibles : l'autre est alors imposée par l'égalité, il suffit de vérifier qu'elle reste dans l'intervalle.

Exercice 4 – Problème — les drones sous-marins*(4 pts)*

- a) Descente : $40 \times (-1,5) = -60$ m (0,5 pt) ; remontée : $25 \times (+0,8) = +20$ m (0,5 pt) ; altitude finale : $0 - 60 + 20 = -40$ m (0,5 pt). (1)
- b) Variation d'altitude : $0 - (-75) = +75$ m en 30 s (0,5 pt) ; $75 \div 30 = 2,5$ m/s (0,5 pt). (1)
- c) Il doit passer de -75 m à -40 m : $-40 - (-75) = 35$ m à remonter ; $35 \div 2,5 = 14$ s (1 pt ; 0,5 pt si l'écart de 35 m est seul trouvé). (1)
- d) Point le plus profond du premier drone : -60 m ; $-60 - (-75) = 15$ m, le départ du second est 15 m plus bas (0,5 pt). (1)

Piège — le point le plus profond du premier drone n'est pas son altitude finale : il atteint -60 m au bout de 40 s, avant de remonter à -40 m.

Exercice 5 – Pour aller plus loin*(3 pts)*

- a) Chaque entier de -15 à 15 s'associe à son opposé, et la somme de deux opposés est nulle ; 0 ne change rien (0,5 pt). Il reste $S = 16 + 17 = 33$ (0,5 pt). (1)
- b) On groupe les termes par deux : $(1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (99 - 100)$, soit 50 paquets valant chacun -1 (0,5 pt). $T = 50 \times (-1) = -50$ (0,5 pt). (1)
- c) Si l'on s'arrête à un entier k négatif ou nul, on n'a ajouté que des nombres négatifs ou nuls, dont -30 : la somme est strictement négative. Si l'on s'arrête à k compris entre 1 et 29, les termes de $-k$ à k s'annulent deux à deux et il reste $(-30) + \dots + (-(k+1))$, strictement négatif. En $+30$, tous les termes s'annulent deux à deux : la somme est nulle pour la première fois (0,5 pt). De -30 à 30 , il y a $30 + 1 + 30 = 61$ termes (0,5 pt). (1)

Astuce — associer chaque nombre à son opposé est l'arme absolue des longues sommes de relatifs : tout ce qui se compense disparaît, et il ne reste que les termes « en trop ».