

Corrigé et barème – Fractions et priorités opératoires — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5^e

Exercice 1 – Calculs détaillés

(5 pts)

- a) $E = 48 - 6 \times (5 + 3) = 48 - 6 \times 8 = 48 - 48 = 0$. (1 pt : 0,5 pour la parenthèse, 0,5 pour le résultat) (1)
- b) Le trait de fraction sépare deux calculs : $\frac{56 - 20}{12 - 3} = \frac{36}{9} = 4$. (1 pt : 0,5 pour numérateur et dénominateur, 0,5 pour le résultat) (1)
- c) $G = 3 \times [20 - 6 \times 3] = 3 \times [20 - 18] = 3 \times 2 = 6$. (1 pt : 0,5 pour les parenthèses intérieures d'abord, 0,5 pour le résultat) (1)
- d) $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} = \frac{16}{6}$; $H = \frac{5}{6} + \frac{16}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$. (1 pt : 0,5 pour la priorité du produit, 0,5 pour le résultat irréductible) (1)
- e) $\frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10}$, puis $I = 2 \times \frac{5}{10} = \frac{10}{10} = 1$. (1 pt : 0,5 pour la parenthèse, 0,5 pour le résultat) (1)

Piège — un trait de fraction joue le rôle de parenthèses invisibles : on calcule entièrement le numérateur et le dénominateur avant de diviser.

Exercice 2 – Ranger, encadrer, comparer

(4 pts)

- a) 84 et 126 sont pairs : $\frac{42}{63}$. Puis $4 + 2 = 6$ et $6 + 3 = 9$: divisibles par 3, $\frac{14}{21}$. Enfin par 7 : $\frac{2}{3}$. (1 pt : 0,5 pour les critères cités, 0,5 pour $\frac{2}{3}$) (1)
- b) Dénominateur commun 36 : $\frac{30}{36}$; $\frac{28}{36}$; $\frac{26}{36}$; $\frac{27}{36}$. Donc $\frac{13}{18} < \frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{5}{6}$. (1,5 pt : 1 pour les quatre conversions, 0,5 pour le rangement) (1)
- c) $\frac{21}{12} + \frac{10}{12} = \frac{31}{12}$. Comme $24 < 31 < 36$, on a $\frac{24}{12} < \frac{31}{12} < \frac{36}{12}$, soit $2 < \frac{31}{12} < 3$. (1 pt : 0,5 somme, 0,5 encadrement justifié) (1)
- d) $\frac{5}{6} - \frac{13}{18} = \frac{15}{18} - \frac{13}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$. (0,5 pt) (1)

Méthode — pour ranger plusieurs fractions, on les écrit toutes avec le même dénominateur (ici 36) : il suffit ensuite de comparer les numérateurs.

Exercice 3 – Qui a raison ?*(4 pts)*

- a) Faux. Sans parenthèses : $\frac{2}{7} + \frac{6}{7} = \frac{8}{7}$. Avec parenthèses : $\frac{5}{7} \times 2 = \frac{10}{7}$. Les valeurs diffèrent. (1 pt : 0,5 par calcul) (1)
- b) Faux. $1 + 1 + 1 = 3$ et $1 + 3 + 5 = 9$: les deux nombres sont divisibles par 3, et $\frac{111}{135} = \frac{37}{45}$. Être impairs prouve seulement qu'ils ne sont pas divisibles par 2. (1 pt : 0,5 critère, 0,5 simplification) (1)
- c) Vrai. Avec le dénominateur 63 : $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$ et $\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$, et $28 > 27$. (1 pt : 0,5 conversions, 0,5 conclusion) (1)
- d) Faux. De gauche à droite : $36 \div 4 = 9$, $9 \times 3 = 27$, puis $100 - 27 = 73$. Hugo a calculé 4×3 en premier, alors que $\div$ et $\times$ ont la même priorité. (1 pt : 0,5 résultat, 0,5 explication) (1)

Erreur fréquente — « impair » ne veut pas dire « sans diviseur commun » : deux nombres impairs peuvent partager le diviseur 3, 5, 7 ou 9, d'où l'intérêt des critères de divisibilité.

Exercice 4 – Nombres manquants*(3 pts)*

- a) $(4 + 8) \times (5 - 2) = 12 \times 3 = 36$. (1 pt : 0,5 placement, 0,5 vérification) (1)
- b) Avec le dénominateur 12 : $\frac{9}{12} - \frac{\dots}{12} = \frac{2}{12}$, donc le numérateur manquant vaut $9 - 2 = 7$. (1 pt : 0,5 conversions, 0,5 réponse) (1)
- c) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ et $1 = \frac{8}{8}$: il faut $6 < n < 8$, donc $n = 7$, seule solution entière. (1 pt : 0,5 conversions, 0,5 réponse justifiée) (1)

Astuce — pour trouver un terme manquant, on écrit toutes les fractions avec le même dénominateur : la question se ramène alors à un calcul sur des entiers.

Exercice 5 – Problème — le budget vacances*(4 pts)*

- a) $180 \div 5 = 36$, donc $36 \times 2 = 72$ €. (1 pt : 0,5 méthode, 0,5 résultat) (1)
- b) Il reste $180 - 72 = 108$ € ; $108 \div 4 = 27$, donc le logement coûte $27 \times 3 = 81$ €. (1 pt : 0,5 pour le reste de 108 €, 0,5 pour 81 €) (1)
- c) $180 - 72 - \frac{3}{4} \times (180 - 72) = 180 - 72 - 81 = 27$ €. (1 pt : 0,5 expression, 0,5 résultat) (1)
- d) $\frac{27}{180} = \frac{3}{20}$ (division par 9). Le quart de 180 € vaut 45 €, pas 27 € : le frère a tort, le quart porte sur 108 € et non sur 180 €. (1 pt : 0,5 fraction irréductible, 0,5 conclusion) (1)

Piège — « les trois quarts du reste » ne sont pas « les trois quarts du total » : il faut toujours se demander de quelle quantité on prend la fraction.