Corrigé et barème – simplification, comparaison et calcul de fractions — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 5e

Exercice 1 – Calculs en plusieurs étapes *(4 pts)*

a) Table de 18 : 18, 36 ; et $36 = 12 \times 3$. $\dfrac{7}{12} + \dfrac{5}{18} = \dfrac{21}{36} + \dfrac{10}{36} = \dfrac{31}{36}$, irréductible (31 n'a que 1 et 31 comme diviseurs). (1 pt) (1)

b) Table de 20 : 20, 40, 60 ; 40 n'est pas dans la table de 12, mais $60 = 12 \times 5$. $\dfrac{11}{12} - \dfrac{3}{20} = \dfrac{55}{60} - \dfrac{9}{60} = \dfrac{46}{60} = \dfrac{23}{30}$ (on divise par 2). (0,5 pt calcul + 0,5 pt simplification) (1)

c) 8 est un multiple de 4 : $2 = \dfrac{16}{8}$ et $\dfrac{3}{4} = \dfrac{6}{8}$. De gauche à droite : $\dfrac{16}{8} - \dfrac{3}{8} - \dfrac{6}{8} = \dfrac{13}{8} - \dfrac{6}{8} = \dfrac{7}{8}$. (1 pt) (1)

d) Table de 8 : 8, 16, 24 ; et $24 = 6 \times 4$. $\dfrac{7}{6} + \dfrac{5}{8} = \dfrac{28}{24} + \dfrac{15}{24} = \dfrac{43}{24}$. Comme $43 = 24 \times 1 + 19$, on a $\dfrac{43}{24} = 1 + \dfrac{19}{24}$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Méthode — le plus petit dénominateur commun se trouve en récitant la table du plus grand dénominateur : pour 12 et 20, on passe 20 et 40 avant d'arriver à 60.

Exercice 2 – Repérage sur une demi-droite *(4 pts)*

a) Chaque intervalle vaut $\dfrac{1}{12}$: l'abscisse de A est $\dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$ (on divise par 3). (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

b) $12 = 3 \times 4$, donc $\dfrac{5}{3} = \dfrac{20}{12}$: B est à 20 intervalles de O. Comme $5 = 3 \times 1 + 2$, on a $\dfrac{5}{3} = 1 + \dfrac{2}{3}$, donc $1 < \dfrac{5}{3} < 2$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

c) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{6} = \dfrac{9}{12} + \dfrac{10}{12} = \dfrac{19}{12}$: C est à 19 intervalles de O. Comme $19 < 20$, C est avant B, juste un intervalle avant. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

d) $2{,}25 = \dfrac{225}{100} = \dfrac{9}{4}$ (on divise par 25), puis $\dfrac{9}{4} = \dfrac{27}{12}$ (on multiplie par 3). Autre méthode : $2{,}25 = 2 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{24}{12} + \dfrac{3}{12}$. Le point D est à 27 intervalles de O. (1 pt) (1)

Astuce — pour placer une fraction ou un nombre décimal sur une graduation en douzièmes, on l'écrit avec le dénominateur 12 : le numérateur donne le nombre d'intervalles à compter depuis O.

Exercice 3 – Ranger et intercaler *(4 pts)*

a) En douzièmes : $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$; $1 + \frac{1}{6} = \frac{12}{12} + \frac{2}{12} = \frac{14}{12}$; $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$; $1 = \frac{12}{12}$. Comme $16 > 15 > 14 > 12 > 11$: $\frac{4}{3} > \frac{5}{4} > 1 + \frac{1}{6} > 1 > \frac{11}{12}$. (1 pt pour les conversions + 0,5 pt pour le rangement) (1,33333)

b) Table de 7 : 7, 14, 21, 28, 35 ; et $35 = 5 \times 7$. $\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$ et $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$. Comme $20 < 21$, on a $\frac{4}{7} < \frac{3}{5}$, alors que $4 > 3$: on ne compare pas les numérateurs seuls. (1 pt) (1,33333)

c) Au dénominateur 12 : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, et il n'y a pas de nombre entier entre 8 et 9. On double les dénominateurs : $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ et $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$. La fraction $\frac{17}{24}$ convient : $\frac{16}{24} < \frac{17}{24} < \frac{18}{24}$. D'autres réponses sont justes, par exemple $\frac{25}{36}$ ou $\frac{33}{48}$. (0,5 pt pour le passage au même dénominateur + 1 pt pour une fraction justifiée) (1,33333)

Piège — quand il n'y a pas de numérateur entier entre les deux bornes, il existe quand même des fractions entre elles : on prend un dénominateur deux ou trois fois plus grand.

Exercice 4 – Qui a raison ? *(4 pts)*

a) Lina a raison. On divise par 7 : $\frac{35}{49} = \frac{5}{7}$; on divise par 5 : $\frac{25}{35} = \frac{5}{7}$. Les deux fractions se simplifient en $\frac{5}{7}$: elles sont égales. (1 pt) (1)

b) Hugo a tort : il a additionné les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Au dénominateur 20 : $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$. Contrôle : $\frac{4}{9}$ est plus petit que $\frac{1}{2}$, donc plus petit que $\frac{3}{5}$; une somme de fractions positives ne peut pas être plus petite que l'une d'elles. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

c) Inès a tort. $3{,}2 = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$. Au dénominateur 45 : $\frac{29}{9} = \frac{145}{45}$ et $\frac{16}{5} = \frac{144}{45}$. Comme $145 > 144$, $\frac{29}{9}$ est plus grand que 3,2, de très peu. On peut aussi poser la division : $29 \div 9$ donne $3{,}222\ldots$ qui dépasse 3,2. (1 pt) (1)

d) Malo a tort sur la fin. Ses divisions sont justes : $\frac{48}{72} = \frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9}$. Mais 6 et 9 sont encore dans la table de 3 : $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, qui est irréductible. En une seule étape, on divise par 24. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

Erreur fréquente — s'arrêter trop tôt en simplifiant : à la fin, on vérifie toujours que le numérateur et le dénominateur n'ont plus d'autre diviseur commun que 1.

Exercice 5 – Problème — Le cross du collège *(4 pts)*

a) Forêt : $2\,400 \div 10 = 240$, puis $240 \times 3 = 720$ m. Piste : $2\,400 \div 4 = 600$ m. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)

b) Table de 10 : 10, 20 ; et $20 = 4 \times 5$. Forêt et piste : $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{6}{20} + \frac{5}{20} = \frac{11}{20}$. Herbe : $\frac{20}{20} - \frac{11}{20} = \frac{9}{20}$ du parcours. Longueur : $2\,400 \div 20 = 120$, puis $120 \times 9 = 1\,080$ m. Vérification : $2\,400 - 720 - 600 = 1\,080$ m. (0,5 pt fraction + 0,5 pt longueur) (1)

c) Au dénominateur 20 : piste $\frac{5}{20}$, forêt $\frac{6}{20}$, herbe $\frac{9}{20}$. Comme $5 < 6 < 9$, l'ordre est : piste, puis forêt, puis herbe (soit 600 m, 720 m et 1 080 m). (1 pt) (1)

d) La moitié de la piste : $600 \div 2 = 300$ m. Nadia a couru $720 + 300 = 1\,020$ m ; il lui reste $2\,400 - 1\,020 = 1\,380$ m, c'est-à-dire $\frac{1\,380}{2\,400}$ du parcours. On divise par 10 : $\frac{138}{240}$; par 2 : $\frac{69}{120}$; par 3 ($6 + 9 = 15$ et $1 + 2 + 0 = 3$) : $\frac{23}{40}$, irréductible (23 n'a que 1 et 23 comme diviseurs, et 40 n'est pas dans la table de 23). (0,5 pt distance + 0,5 pt fraction irréductible) (1)

Piège — « la moitié de la partie sur la piste » porte sur les 600 m de piste, pas sur tout le parcours : on calcule d'abord la longueur de cette partie, puis on en prend la moitié.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).